TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

IINA NIEMINEN

KÄYTÄNNÖNLÄHEISTÄ MATEMATIIKKAA LUKIOSSA

Tekniikan sovellustehtävien hyödyntäminen pitkän matematiikan geometrian kurssilla

Diplomityö

Tarkastajat:
Professori Seppo Pohjolainen
Dosentti Jorma Joutsenlahti

Tarkastajat ja aihe hyväksytty Luonnontieteiden tiedekunnan tiedekuntaneuvoston kokouksessa 6.5.2015

TIIVISTELMÄ

NIEMINEN, IINA: Käytännönläheistä matematiikkaa lukiossa
Tampereen teknillinen yliopisto
Diplomityö, 108 sivua, 37 liitesivua
Heinäkuu 2015
Teknis-luonnontieteellinen koulutusohjelma
Pääaine: Matematiikka
Tarkastajat: Professori Seppo Pohjolainen ja Dosentti Jorma Joutsenlahti

Avainsanat: Lukion pitkän matematiikan opettaminen, Tekniikan sovellustehtävät, Matematiikan kielentäminen, Motivaatio

Diplomityötutkimuksen tarkoituksena oli selvittää minkälaisia tekniikan aihepiiristä tuotuja sovellustehtäviä voi hyödyntää pitkän matematiikan opetuksessa sekä miten ne tukevat opiskelijoiden oppimista, motivaatiota ja ymmärrystä matematiikan tarpeellisuudesta. Tutkimuksessa valmistettiin tehtävämateriaali geometrian kurssia varten. Aihepiirien rajaamiseksi opiskelijoilla toteutettiin kysely kiinnostuksen kohteista syksyllä 2014. Tehtävien laadinnassa hyödynnettiin matematiikan kielentämistä, jota myös tutkittiin.

Empiirinen aineisto muodostui vuoden 2015 alun aikana tehdyn opetuskokeilun tuotoksesta. Kenttäkokeilu toteutettiin Tampereen teknillisessä lukiossa yhdelle pitkän matematiikan ryhmälle (n = 20) yhdessä kurssin vastuuopettajan kanssa. Kokeilussa tutkittiin kuinka sovellustehtävät ja niihin liittyvät vierailut korkeakouluun ja yliopistoon vaikuttivat opiskelijoihin. Tehtäviä muokattiin jo kokeilun aikana opiskelijoiden antaman palautteen perusteella. Ideana oli tehtävien ja vierailujen myötä lisätä opiskelijoiden motivaatiota ja osoittaa matematiikan tarpeellisuutta ja hyödyllisyyttä. Tutkimuksen teoreettinen viitekehys käsittää oppimista, motivaatiota sekä matematiikan oppimisen ja sovellusongelmien problematiikkaa. Näiden näkökulmien pohjalta pyrittiin analysoimaan kenttäkokeilusta saatuja tuloksia.

Tutkimuksen metodologia perustuu kvalitatiiviseen tapaustutkimukseen, mutta tutkimuksessa hyödynnetään myös kvantitatiivisia metodeja. Tutkimusaineisto koostuu kurssille osallistuneiden opiskelijoiden tekemistä sovellustehtävistä, kurssituloksista, alku-, loppu- ja vierailujen palautekyselyistä sekä yksittäisiin tehtäviin liittyneistä kyselyistä, havainnoinnista opetuskokeilun aikana ja vastuuopettajan haastattelusta.

Tutkimustuloksien mukaan opiskelijat pitivät matematiikkaa hyödyllisenä. Sovellustehtävät olivat opiskelijoista haasteellisia. Ne eivät lisänneet motivaatiota eivätkä parantaneet oppimistuloksia, mutta ne lisäsivät opiskelijoiden ymmärrystä matematiikan käytännönläheisyydestä. Tehtävät havainnollistivat sitä, miten ja mihin matematiikkaa hyödynnetään. Tämä oli opiskelijoista mielenkiintoista. Opiskelijat ja opettaja pitivät vierailuja onnistuneina sekä jatkossakin toteuttamiskelpoisina ja toivottuina.

ABSTRACT

NIEMINEN, IINA: Practical Mathematics in High School
Tampere University of Technology
Master of Science Thesis, 108 pages, 37 Appendix pages
July 2015
Master's Degree Programme in Science and Engineering
Major: Mathematics
Examiner: PhD Seppo Pohjolainen, Docent Jorma Joutsenlahti

Keywords: Teaching in Mathematics, Technical Application Problems, Languaging, Motivation

The purpose of this Master of Science Theses is to examine what kinds of problems from different technical fields are suitable in teaching advanced syllabus mathematics and how they sustain learning motivation and understanding the importance of mathematics. For this purpose teaching material was developed for a course in geometry. In order to limit the themes the students answered to a survey regarding their interests. The survey was held early fall 2014. The problems contained some models of languaging. Languaging was also studied in this theses.

The empirical data was gathered in the teaching experiment and from its results in the beginning of the year 2015. The experiment was carried out for one advanced syllabus mathematics group (n = 20) together with the teacher who was in charge of the course at Tampere High School of Technology. In the experiment it was studied how the application problems and visits to University of Applied Science in Tampere and Tampere University of Technology affected the students. The application problems were modified during the experiment according to the feedback of the students. The theoretical framework consists learning, motivation and the problematic issues connected to learning and applying mathematic problems. The results were analyzed from these aspects.

The methodology is based on the qualitative case study, but quantitative methods are also used. The data consists of the returned application tasks, grades, surveys in the beginning, at the end, after the visits and after returning the tasks. In addition, the investigator observed the lessons and interviewed the teacher in charge.

According to the results the students consider mathematics to be useful. They also considered the application exercises challenging. Exercises didn't increase motivation neither did they improve the learning results. Yet they added the understanding of practicality of mathematics and demonstrated how and in what fields mathematics is needed. The students felt this interesting. The students and the teacher found the visits successful and viable.

ALKUSANAT

Tämä työ on ollut suurin koskaan tekemäni projektityö. Vuosi työn parissa on ollut antoisa ja monipuolinen. Olen kokenut, että opiskelu-urani on johtanut minut tähän. Taustani vuoksi olen jo pitkään ollut kiinnostunut matematiikan käytännönläheisyydestä. Siten olen iloinen, että olen saanut tehdä mielestäni merkityksellistä tutkimusta.

Kiitän Tekniikan akateemisten koulutuspoliittista tiimiä tuesta ja kannustuksesta työn aikana, varsinkin alkuvaiheessa. Haluan kiittää samoin ohjaajiani kannustuksesta ja ohjauksesta työn eri vaiheissa. Tampereen teknillinen lukio on tehnyt työni mahdolliseksi, ja haluan kiittää oppilaitoksen henkilöstöä sujuvasta yhteistyöstä. Kiitokseni ansaitsevat myös Tampereen teknillisen yliopiston materiaalitekniikan laitoksen ja Tampereen ammattikorkeakoulun konetekniikan koulutusohjelman yhteistyöhenkilöt opintokäyntien toteutumisesta. Lisäksi haluan kiittää kaikkia tuttaviani sekä korkeakoulun ja yliopiston henkilökuntaan kuuluvia, jotka auttoivat minua materiaalin valmistamisessa ja osoittivat kiinnostusta työni aiheeseen.

Lopuksi haluan kiittää perhettäni kannustuksesta ja tuesta koko yliopisto-opiskeluni aikana ja diplomityötä tehdessäni. Erityiskiitoksen osoitan äidilleni, joka mahdollisti arjen sujumisen perheessäni sekä auttoi tämän työn oikoluvussa.

Tampereella 2. heinäkuuta 2015

Iina Nieminen

SISÄLLYS

1 JOHDANTO

Suomi on kuulunut maailman kärkimaiden joukkoon oppimistulosten perusteella. Viime vuosina on kuitenkin havaittu oppimistulosten laskua. On merkillepantavaa, että Suomi putosi Pisa-kärjestä erityisesti matematiikkaa painottaneessa Pisa 2012 -tutkimuksessa, vaikka PISA-testit (Programme for International Student Assessment) eivät olekaan mitanneet kokonaisvaltaisesti matematiikan osaamista. Matemaattisen tiedon tarve ja soveltaminen lisääntyy yhteiskunnassa. Koko ajan kehittyvästä matematiikasta on tullut tieteellis-teknisen kulttuurin perusta. (Näätäinen, 2014) Tekniikan akateemisten puheenjohtajan Marjo Matikainen-Kallströmin mukaan tarvitaan matematiikan arvostuksen palauttamista (Öhman, 2013). Matematiikan merkitystä pitäisi tuoda esiin voimakkaammin, koska sen tarpeellisuutta ei aina ymmärretä.

Matematiikka on monipuolinen tiede. Sen ilmiöitä tarkasteltaessa ei tarvitse rajoittua tutkimaan vain reaalimaailman ilmiöitä, vaan oman luovuuden ja kauneudentajun hyödyntäminen on eduksi. Ongelmia voidaan paikantaa, ratkaista ja johtaa teoriaa edelleen eteenpäin. Matematiikassa kaikki väitteet todistetaan täsmällisesti ja aukottomasti, minkä vuoksi voidaan saavuttaa muista tieteistä poikkeava tulosten varmuus. Matematiikassa työskennellään abstraktien käsitteiden kanssa, mikä on hyödyksi myös matematiikan ulkopuolella. Vaikka matematiikka on tieteellisenä oppiaineena luonteeltaan itsenäinen, se on välttämätön tukiaine monille muille tieteille. (Näätäinen, 2014.)

Matematiikan arvoa ja merkitystä voi tarkastella eri näkökulmista. Matematiikan määrittelyssä voidaan matematiikan luonne jakaa kahteen päädimensioon: laskenta sekä työkalu/systeemi- ja prosessi/soveltaminen -dimensioon. Näistä ensimmäinen kuvaa matematiikkaa kokoelmana laskusääntöjä ja -rutiineja. Se korostaa matematiikkaa systeeminä, jolloin merkitys löytyy ankaran loogisista todistuksista. Jälkimmäinen kuvaa matematiikkaa dynaamisena prosessina, jossa jokainen luo itse oman matematiikkansa tarpeittensa ja kykyjensä mukaan matematiikan sovellettavuudesta, mikä tekee matematiikasta merkityksellisen. (Joutsenlahti, 2005 s. 186; Kaasila, 2000 s. 76–77) Tässä työssä näkökulma matematiikan merkitykseen on nimenomaan muiden tieteiden riippuvuus matematiikasta ja laaja matematiikan soveltamisen mahdollisuus eri tieteen aloilla. Matematiikka on merkittävä sovelluksien työkaluna. Kantavana ajatuksena on, että opiskelijoille osoitetaan konkreettisten esimerkkien kautta matematiikan tarpeellisuus. Koska matemaattista osaamista tarvitaan tekniikassa, on tutkimus rajattu käsittelemään lähinnä tekniikan aloilta tuotavia esimerkkejä.

Matematiikan arvostuksen palauttamisessa on kuitenkin kyse varsin laajasta asiasta. Konkreettisten esimerkkien lisääminen on yksi mahdollisuus parantaa arvostusta ja luoda kuvaa matematiikan kokonaisuudesta. Matematiikan opetus kaivannee Suomessa todennäköisesti kokonaisvaltaista toimintakulttuurin muutosta, joka lisäisi ymmärrystä matematiikkaan tieteenä. Tämän lisäksi tarvitaan muutosta, joka kohdistuisi oppimisympäristöihin, joissa opiskelijat osaisivat soveltaa oppimaansa paremmin arjen rutiineissa ja ymmärtäisivät, mihin matematiikkaa sovelletaan yhteiskunnassa.

Helakorpi (2008) tuo esiin, että jo pitkään on keskusteltu siitä kuinka perinteistä koulussa opittua tietoa on hankalaa hyödyntää tosielämässä. Matematiikan tunnilla opiskellaan laskentotemppuja, mutta ei matemaattista ajattelutapaa ja ongelmanratkaisua matematiikkaa hyödyntäen. Kaikki eivät opi samalla tavalla. Kirjatietoon ja tekstuaaliseen esitystapaan nojautuva opetus ei kohtaa oppijaa, joka jäsentää maailmaa kokemuksen tai hiljaisen tiedon (*tacit knowledge*) kautta. Myös Haapasalo (2011) on kritisoinut sitä, että opetusta uudistettaessa koulumatematiikalla on ollut liian vähän yhteyksiä matematiikkaan tieteenä tai välineenä maailmankuvan muodostamiseen ja ongelmien ratkaisuun. Siitä on tullut instrumentaalinen arvo, jonka lähtökohtia ja tavoitteita ei ole kyseenalaistettu. Matematiikkaa ei ole nähty oppilaan kasvun ja maailmankuvan muodostuksen välineenä, vaan oppisisältöjä tai matemaattisia valmiuksia korostavana oppiaineena.

Tässä työssä matematiikan merkityksen ymmärtämistä pyritään laajentamaan tuomalla tekniikasta sovelluskohteita opiskelijoille. Tekniikan sovelluskohteet koskevat sitä matematiikan aihepiiriä, jota opiskelijat opiskelevat. Kontekstin asettamisella pyritään osoittamaan matematiikan merkitys ja vastaamaan kysymykseen siitä, mihin matematiikkaa tarvitaan. Matematiikan sovellusesimerkeistä on tehty pro gradu -tutkimuksia, joissa esimerkit on kartoitettu yhteistyössä teknologian yritysten kanssa (Häkkinen, 2004; Rissanen, 2003; Ruutiainen, 2004). Tässä tutkimuksessa sovelluksien konkretisoituminen tehdään yhteistyössä muiden oppilaitosten kanssa käyttäen hyväksi käytettävissä olevia koneita ja tutkimuslaitteita. Yleensä sovellusesimerkeistä tai kontekstista puhuttaessa viitataan siihen, että matematiikkaa pyritään yhdistämään arkielämän ongelmiin. Tässä työssä lähtökohta on erilainen, sillä tekniikan esimerkit eivät niinkään ole sellaisia sovellusongelmia, joita päivittäisessä elämässä olisi tarpeellista laskea. Koska pitkän matematiikan opiskelun päämääränä on valmistaa opiskelijoita matemaattis-luonnontieteellisiin sekä teknisten aineiden jatko-opintoihin, sovelluskohteiden tarkoituksena on tuoda opiskelijoille merkityksiä nimenomaan jatkon kannalta (MAOL ry, 2013).

Matematiikan oppimisen tukemiseksi hyödynnetään tutkimuksessa matematiikan kielentämistä. Matematiikan kielentäminen on matemaattisen ajattelun ilmaisemista eri kieliä käyttämällä. Matematiikan kielentämisen hyödyntämisestä on tehty tutkimuksia perusasteelta yliopistotasolle. Näiden tutkimusten mukaan kielentäminen on ollut avuksi erityisesti niille, jotka ovat aikaisemmin pärjänneet hyvin tai tyydyttävästi matematiikassa. (Joutsenlahti, 2003; Joutsenlahti, 2010; Joutsenlahti, Sarikka, Kangas & Harjulehto, 2013.)

Empiirinen tutkimusaineisto kerätään Tampereen Teknillisessä lukiossa pitkän matematiikan geometrian kurssilla. Yhteistyötä tehdään myös Tampereen ammattikorkeakoulun sekä Tampereen teknillisen yliopiston kanssa. Aineistoa kerätään harjoitus-, koetehtävien ja kurssiarvosanojen lisäksi kyselyillä, havainnoimalla oppitunteja sekä haastattelemalla opettajaa. Tutkimuskysymykset ovat:

1. Millaiset tekniikan sovelluksiin pohjautuvat matematiikan tehtävät ovat sopivia lukion pitkän matematiikan opetuksessa?
2. Kuinka tekniikan sovelluksiin pohjautuvat matematiikan tehtävät tukevat ja motivoivat oppimista?
3. Kuinka tekniikan konteksti matematiikan opetuksessa auttaa oppilaita ymmärtämään matematiikan tarpeellisuutta ja soveltamista?
4. Minkälaista matematiikan kielentämistä opiskelijat hyödyntävät luontaisesti?

2 TUTKIMUKSEN LÄHTÖKOHDAT

Nyky-yhteiskunnassa lähes kaikki tarvitsevat oman elämänsä hallinnassa jonkin verran matemaattista osaamista. Siitä huolimatta matematiikan osaaminen ei ole saanut sen ansaitsemaa arvostusta opiskelijoiden valintoja tarkasteltaessa. Huoli matematiikan, luonnontieteiden ja teknologian osaamisen tasosta sekä niiden osaajien riittävyydestä on ilmeinen. Suomessa tarvitaan lisää taitavia matematiikan, luonnontieteiden ja teknologian osaajia. Silti yhä harvempi nuori valitsee näiden aineiden opiskelun. Kansainvälisten Pisa-tulosten heikentyminen sekä yliopistoista ja korkeakouluista tulleet viestit aloittavien opiskelijoiden aikaisempaan verrattuna huonommista matematiikan taidoista vahvistavat väitettä matematiikan heikentyneestä arvostuksesta (Avoin kirje MAOL:lle, 2011).

Vuonna 2016 voimaan tulevan lukiouudistuksen valmisteleminen on antanut hedelmällisen pohjan arvioida mitä lukion opetuksessa olisi syytä säilyttää, mitä muuttaa. Tämän myötä on herännyt paljon keskustelua lukion matematiikan merkityksestä, määrästä ja sisällöstä. Erityisesti pitkä matematiikka koetaan matemaattis-luonnontieteellisiin sekä teknisten aineiden jatko-opintoihin valmentavana oppiaineena. Sen tulisi kouluttaa opiskelijoita, jotka jatkavat matemaattisilla, teknisillä ja luonnontieteellisillä aloilla yliopistoissa ja ammattikorkeakouluissa. MAOL ry:n mukaan opintokokonaisuuksien lähtökohtana tulisi olla vastaus kysymykseen siitä mihin matematiikan osaamista tarvitaan. (MAOL ry, 2013)

Tutkimuksia ja projekteja matematiikan opiskelemisen innostamiseksi
Matematiikan ja luonnontieteiden opiskelemisen tukemiseen sekä siihen innostamiseen Suomessa on pyritty vaikuttamaan jo useiden vuosien ajan. Vuonna 1996 alkoi kuusi vuotta kestänyt LUMA-projekti matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen kehittämiseksi. Vuonna 2013 valtakunnallinen LUMA-keskus Suomi perustettiin Helsingin yliopiston yhteyteen jatkamaan toimintaa, jonka kautta on edistetty tiede- ja teknologiakasvatusta koko Suomessa. Vuodesta 2007 lähtien on perustettu kymmenen muuta LUMA-keskusta eri yliopistojen yhteyteen. (LUMA-keskus Suomi a) LUMA-keskus Suomen ja siihen kuuluvien keskusten toiminnan päämääränä on ylläpitää matemaattis-luonnontieteellisen ja teknologisen osaamisen korkea taso sekä osaajien riittävä määrä kaikkialla Suomessa. Tarkoituksena on innostaa ja kannustaa 3–19 -vuotiaita tyttöjä ja poikia matematiikan, luonnontieteiden, tietotekniikan ja teknologian opiskeluun ja harrastamiseen sekä jatko-opintoihin hakeutumiseen koko Suomessa. Keskukset edistävät opiskelun myötä myös huoltajien tietoisuutta LUMA-aineiden opiskelun merkityksestä

ja niiden antamista mahdollisuuksista työelämässä. Keskukset tukevat lisäksi LUMA-aineiden tulevien opettajien, nykyisten opettajien ja opinto-ohjaajien elinikäistä oppimista ja koulutusta. Keskusten tarkoituksena on lisätä LUMA-aineiden näkyvyyttä yhteiskunnassa median ja tapahtumien kautta. Ne tukevat LUMA-aineiden opetuksen, oppimisen ja oppisisältöjen tutkimusta sekä tutkimuspohjaista LUMA-aineiden opetuksen kehittämistä. (LUMA-keskus Suomi b)

Teknologiateollisuus on jo vuosia tukenut koulujen ja jäsenyritystensä yhteistyötä. Se on järjestänyt erilaisia tapahtumia ja tukenut ansioituneita, tekniikasta kiinnostuneita opiskelijoita. Teknologiateollisuus koordinoi Mirror-projektia, joka toteutettiin kahdeksan itsenäisen osaprojektin verkostona vuosina 2002–2005. Mirror-hanke oli kolmevuotinen EU:n Equal-ohjelman hanke, jonka tarkoituksena oli löytää keinoja vahvistaa erityisesti tyttöjen motivaatiopohjaa opiskella matematiikkaa, luonnontieteitä ja tekniikkaa. Tavoitteena oli lisäksi kehittää tätä tukevia opetusmenetelmiä ja oppisisältöjä koulutuksen eri tasoilla. Projektissa haluttiin vahvistaa nuorten, heidän vanhempiensa, opettajien ja oppilaanohjaajien tietämystä tekniikasta sekä alan koulutusmahdollisuuksista ja ammateista. Osaprojekteihin kuuluivat muun muassa teknologiakilpailut, oppilaitos- ja teollisuusvierailut sekä infotilaisuudet niin alasta kuin alalle kouluttautumisestakin. (Helakorpi, 2011; Mirror motivoi tyttöjä opiskelemaan teknillisiä aineita, 2002 s. 20–21; Riikonen, J., 2005.)

Osana tätä projektia valmistui kolme Pro Gradu -tutkielmaa, joissa pyrittiin yritysvierailun kautta edistämään opiskelijoiden ymmärrystä siitä, mihin matematiikkaa työelämässä tarvitaan. Pro Gradut valmistuivat Jyväskylän yliopistossa projektivuosien aikana. Näissä tutkimuksissa matematiikan opiskeluun sisällytettiin opintokäynti yrityksessä. Opintokäyntiä edelsi ennakkotunti aihepiiristä. Vierailun jälkeen tehtiin aihepiirin tehtäviä oppitunnilla. Tutkimukset toteutettiin 7.-9. luokilla. Nämä kokeilut saivat positiivista palautetta. Opintovierailuun liittyvä materiaali lisäsi oppilaiden kiinnostusta. Tutkimukset osoittivat, että koulun ja työelämän yhteistyöhön pohjautuvat opintokäynnit ovat peruskouluikäisille tarpeellisia ja hyödyllisiä. (Häkkinen, 2004; Rissanen, 2003; Ruutiainen, 2004) Myös tässä diplomityötutkimuksessa järjestetään opintokäyntejä. Oppitunnin aiheeseen soveltuvia tehtäviä tehdään vierailun aikana loppuun. Oletuksena on, että vierailut ovat mielekäs lisä opintoihin, samalla kun ne havainnollistavat syvällisemmin kotitehtävien sovelluksia.

Teknologiakasvatuksesta on keskusteltu jo yli 20 vuotta. Jo vuonna 1991 alkoi teknologiakasvatuksen kymmenvuotinen kehittämiskokeilu. Kokeilu oli ensimmäinen järjestelmällinen, peruskoulun ala-asteelta alkava, koulun arkityöskentelyyn sovellettu kokeilu koko maassa. Tuolloin näkemyksenä oli, että teknologiasta tulisi kehittää kaikille yhteinen oppiaine, jota opetetaan koko peruskoulun ja lukion ajan. Koettiin, että teknologiaopiskelusta oppilaat saisivat käytännön tartuntapintaa luonnontieteellisen oppiaineksen omaksumiselle. (Kurjanen, Parikka, Raiskio & Saari, 1995.)

Nykyään perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa teknologia ei kuitenkaan esiinny omana aineenaan, vaikka tieto- ja viestintäteknologian käyttö kuuluu yleensä monen eri aineen oppimistavoitteisiin. Valinnaiseksi aineeksi se voidaan ottaa koulukohtaisesti. Muuten teknologiaan tutustuminen ja sen fysikaalisten ilmiöiden tutkiminen ilmenee ympäristöopin ja käsitöiden tavoitteissa 1–6 luokilla. 7–9 luokkien kohdalla teknologian opiskeluun liittyviä tavoitteita esiintyy fysiikassa ja kemiassa sekä käsitöissä ja kotitaloudessa. (Opetushallitus, 2014) Lukion opetussuunnitelman perusteissa teknologian aihepiirien opiskelemisesta löytyy kurssisisältötavoitteita biologiasta (bioteknologia), fysiikasta, kemiasta ja yhteiskuntatiedosta. Matematiikan oppiaineessa teknologia ei ole varsinaisesti esillä lukion opetussuunnitelman perusteissa. (Opetushallitus , 2003)

Opetushallituksen pitkittäisarviointia varten kerättiin ositetulla otannalla 279 peruskoulusta aineisto vuosina 2005, 2008 ja 2012. Aineiston keruussa pyrittiin saavuttamaan samat oppilaat, jotta voitiin seurata näiden osaamisen kehittymistä lähes koko opetusvelvollisuuden ajan (3. luokan alusta 9. luokan loppuun). Tässä pitkittäistutkimuksessa haluttiin löytää vastauksia siihen, kuinka osaaminen ja ajattelu sekä matematiikka-oppiainetta koskevat asenteet muuttuvat perusopetuksen 3.–9. luokkien aikana. Asenteiden osalta haluttiin selvittää, mitkä tekijät selittävät asenteiden muutosta ja mikä on asenteiden ja osaamisen välinen vuorovaikutus. Tulosten mukaan osaaminen ennustaa asenteita pikemmin kuin päinvastoin. Siten asenteita voidaan parantaa parantamalla oppimisen mahdollisuuksia. Asenteiden huononeminen liittyy alakoulussa vahvasti aineesta pitämiseen, mutta yläkoulussa minäpystyvyyden yhteyteen. Näiden taustalla voidaan olettaa olevan epäonnistumisen kokemuksia matematiikassa. Matematiikka koetaan läpi peruskoulun hyödylliseksi, mutta hyödyllisyyden korostaminen voi vaikuttaa lannistavasti niihin, jotka pitävät itseään huonoina oppilaina. (Tuohilampi & Hannula, 2013.)

Aineiston mukaan yksittäisistä luokan aktiviteeteista oppiminen on tehokasta, kun oppilaat neuvovat toisiaan ja kun he selittävät omia ratkaisujaan toisilleen. Näiden suosiminen, osana muuta opetusta, nähdään hyödyllisenä ja vähintään kokeilemisen arvoisena sekä hitaammin että nopeammin asioita omaksuville oppilaille. (Metsämuuronen, 2013.)

3 KONSTRUKTIVISTINEN TIETOTEORIA JA OPPIMISKÄSITYS

Lukion opetussuunnitelman perusteissa oppiminen käsitetään seurauksena opiskelijan aktiivisesta ja tavoitteellisesta toiminnasta. Opiskelija käsittelee ja tulkitsee vastaanottamaansa informaatiota aikaisempien tietorakenteidensa pohjalta vuorovaikutuksessa muiden opiskelijoiden, opettajan ja ympäristön kanssa. Opetuksessa kannustetaan huomioimaan, että opittu asia riippuu yksilön aikaisemmasta tiedosta ja hänen käyttämistään strategioista. Oppiminen on sidoksissa myös siihen toimintaan, tilanteeseen ja kulttuuriin, jossa oppiminen tapahtuu. Siten tieto ei automaattisesti siirry käytettäväksi toisenlaisissa tilanteissa. (Opetushallitus, 2003, s. 14.)

Perusteiden kuvaus oppimiskäsityksestä on hyvin konstruktivistinen. Tässä luvussa käsitellään konstruktivistisen oppimiskäsityksen lisäksi sen taustalla olevaa konstruktivistista tietoteoriaa.

3.1 Realismista konstruktivismiin

Tietokäsityksen kaksi ääripäätä voidaan ajatella olevan objektivismi tai realismi ja konstruktivismi. Objektiivisen tietokäsityksen mukaan kaikki inhimillinen tieto on olemassa ihmisen ulkopuolella hänestä riippumatta, ja tuo tieto on ihmisen saavutettavissa käyttämällä järkeilyä, päättelyä ja yleisiä reaalimaailmanilmiöiden selittämiseksi muotoiltuja lakeja. Objektivistinen tietokäsitys on lähellä empirismistä. (Kalli, 2005, s. 10–11) Empiristisessä näkökulmassa ihminen on kuin ”tyhjä taulu”, johon kokemukset piirtävät jälkiä tai kuin varasto, johon ympäristön ominaisuuksia kuvaavat aistimukset piirtyvät. Ajattelutavan mukaan välitön aistihavainto antaa oikean kuvan maailmasta havaitsijasta riippumatta. (Rinne, Kivirauma & Lehtinen, 2015, s. 37)

Immanuel Kant edustaa empirismistä selvästi irtautunutta kantaa konstruktivistisilla ajatuksillaan. Hänen mielestään ihminen ei pysty havaitsemaan todellisuutta sinänsä vaan ainoastaan ilmiöitä. Voimme tiedostaa vain, miten todellisuus ilmenee meille eli vaikuttaa aisteihimme. Tieto maailmasta suodattuu omien sisäisten kategorioiden kautta. (Tynjälä, Heikkinen & Huttunen, 2005 s. 22; Haapasalo, 2011, s. 47–48, 95.)

Kallin mukaan (2005, s. 13) oppimisen teoriassa ontologiset, tieto- ja arvoteoreettiset sekä teologiset ulottuvuudet on otettava kokonaisuutena. Tällöin pyritään esimerkiksi realismiin, konstruktivismiin tai yritetään yhdistää näkökulmia toisiinsa. Opettaja joko tiedostaa omassa toiminnassaan nämä johdonmukaisena pyrkimyksenä tai sitten ne esiintyvät ristiriitaisina tiedostamattomina pyrkimyksinä. Käytännössä konstruktivismi ja realismi ovat opettajan käyttöteorian eli todellisen näkemyksen aineksia. Opettajahan luo käyttöteorian oman kokemuksensa ja oppimansa teorian pohjalta.

Kalli (2005, s. 10) määrittää konstruktivismin käsitteenä, jonka peruslähtökohtana on, että tieto on yksilön tai yhteisön kokemusmaailman uudelleenorganisoitumista. Muodostettu tieto ei voi olla ontologisesti objektiivista eli konstruktivistisen ontologian mukaan todellisuus on olemassa ja rakentuu ihmisen tietoisuuden kautta. Tämän näkemyksen mukaan todellisuuden olemassaolon kysymys ei ole olennainen tai sitä ei voida ratkaista. Rinne (et al. 2015, s. 37) esittää näkemyksen konstruktivismista oppina siitä, miten inhimillinen tieto on ylipäätään mahdollista. Monet pitävät konstruktivismia oppimisteoriana, mutta Haapasalo (2011, s. 97) painottaa ennemminkin konstruktivismin käsitettä laajempana kokonaisuutena. Hänen mukaansa se on perspektiivi, jossa esimerkiksi oppimista voidaan tarkastella.

Konstruktivistiseen epistemologiaan eli tietoteoriaan perustuvia oppimiskäsityksiä on monensuuntaisia, ja niillä on erilaisia painotuksia. Seuraavaksi esitellään lyhyesti kolme suuntausta: kognitiivinen ja sosiaalinen konstruktivismi sekä pragmatismi.

Kognitiivinen konstruktivismi

Jean Piaget (1869–1980) toi kognitiiviseen psykologiaan kehityspsykologisen näkökulman. Sen mukaan lapsen kognitiivinen kehitys ja tapa tulkita ulkoista maailmaa kehittyvät hänen oman toimintansa kautta, ja se tapahtuu tunnistettavissa olevia vaiheita noudattaen. Tässä geneettisessä tietoteoriassa kognitiiviset prosessit tulkitaan yksilön tietorakenteissa tapahtuvina, jolloin sosiaalinen vuorovaikutus voi ainoastaan stimuloida niitä. Kognitiivinen konstruktivismi perustuu kognitiiviseen psykologiaan ja tarkastelee oppimista yksilön tiedon rakenteiden kehittymisenä. (Tynjälä et al., 2005)

Keskeisenä käsitteenä ovat skeemat, havaintojen perusteella jäsentyneet sisäiset mallit, toiminta- ja tietokokonaisuudet. Oppiminen on näiden sisäisten mallien, käsityksien muodostumista ja muuttumista. Uutta oppiessa sisäiset mallit ohjaavat havaintojamme, ja siten eri ihmiset voivat erilaisten malliensa vuoksi tulkita saman asian eri tavoin. (Rinne et al., 2015) Tynjälä (et al. 2005) esittelee luonnontieteissä tutkittua käsitteellistä muutosta ja huomion, että opiskelijat voivat muodostaa virheellisiä käsityksiä luonnontieteellisistä ilmiöistä arkikokemusten pohjalta. Siksi oppimisen ohjauksessa pyritään aktivoimaan opiskelijan aikaisempi tieto. Omia käsityksiä voi sitten verrata tieteelliseen tietoon. Ristiriitaa näiden kahden välillä voidaan tietoisesti tuoda myös esiin esimerkiksi oppikirjan tekstillä. Konstruktivismin ei ole tarkoitus johtaa opetuksen täydelliseen relativismiin, jossa mitään asioita ei voitasi opettaa ”oikeina”, eikä erilaisten näkemysten paremmuutta voisi arvioida. Sen sijaan opetuksen taustalla voi olla realistinen ontologia. (Haapasalo, 2011, s. 79; Tynjälä et al., 2005 s. 24–26)

Koska konstruktivismin tavoitteena on saada aikaan muutos oppijan käsityksessä, on opettajan tehtävä haasteellinen. Ei riitä, että opettaja hallitsee opetettavat sisällöt ja esittää uutta tietoa. Lisäksi hän tarvitsee keinoja oppijan aikaisemman tietämyksen ja uskomuksen esiin saamiseksi, jotta voisi tukea käsitteen muutoksen prosessia. Opettajan on ymmärrettävä, miten opiskelijat eri lähtökohdista käsin ymmärtävät opetettavat asiat ja ongelmanratkaisustrategiat. (Tynjälä et al., 2005 s. 26.)

Sosiaalinen konstruktivismi

Sosiaalikulttuurisissa teorioissa tiedon ajatellaan syntyvän yksilön sosiaalisessa vuorovaikutuksessa eikä niinkään ajattelun tai havaintojen pohjalta. Tämän lisäksi korostetaan kielen, symbolien ja erilaisten ihmisten luomusten merkitystä. Kieli toimii aluksi sosiaalisen vuorovaikutuksen välineenä, mutta kehityksen myötä sisäistyy ja muodostuu ajattelun välineeksi niin sanotuksi sisäiseksi puheeksi. Kognitiivisen konstruktivismin käsitettä skeema vastaa sosiokulttuurisessa oppimisen teorioissa Vygotskyn lähikehityksen vyöhyke. Se tarkoittaa oppijan aktuaalisen ja potentiaalisen taito- tai kehitystason välistä etäisyyttä. Lähikehityksen vyöhykkeessä oppiminen on tehokkainta, ja tämän vyöhykkeen laajenemista pyritään tukemaan ohjauksella. Ohjauksellinen tuki kannattaa sijoittaa siihen väliin, mihin oppilas kykenee suoriutumaan täysin itsenäisesti ja mihin hän juuri ja juuri kykenee ohjattuna. Liian helpot tehtävät tai liiallinen ohjaus pitkästyttävät, mutta liian suuri haasteellisuus voi aiheuttaa ahdistusta. (Rinne et al., 2015, s. 208–209)

Tynjälä (et al. 2005, s. 28–29) kokee, että lähikehityksen vyöhykkeellä toimiminen tarkoittaa myös sitä, että opiskelijoille järjestetään tehtäviä, joihin he eivät välttämättä itse yksin kykene, mutta pystyvät ratkaisemaan muiden kanssa. Lähikehityksen vyöhykkeen idean pohjalta on kehitelty useita erilaisia kollaboratiivisen oppimisen muotoja. Tämän kaltaisella oppimisella tarkoitetaan opiskelumuotoa, jossa ryhmän jäsenillä on yhteinen tehtävä ja tavoite ja jossa pyritään jaettujen merkitysten ja yhteisen ymmärryksen rakentamiseen vuorovaikutuksessa toisten kanssa. Ryhmässä opiskelijat voivat huomata, etteivät kaikki ajattele samalla tavalla, ja päästään näkökulmien väliseen dialogiin ja merkitysneuvotteluun.

Lähikehityksen vyöhyke on ollut perustana Brunerin määrittelemälle termille *scaffolding*, joka sisältää viisi periaatetta: Ensinnäkin oppilaan on voitava vaikuttaa oppimistapahtumaan ja sen suunnitteluun. Toisekseen ohjeiden tulee perustua oppilaalle tuttuun käsitteistöön ja terminologiaan. Kolmanneksi opiskelutehtävän logiikan on avauduttava strategioiden valintaa varten. Neljäntenä periaatteena on ohjaajan kollaboratiivinen tehtävä ja viidentenä vaatimus ohjaajan kyvystä luovuttaa kontrollia oppilaalle. Oikean tyyppisellä ohjaamisella on suuri merkitys henkisten operaatioiden muodostumiselle.

Haapasalon (2011) mielestä Vygotskyn teoria luo pohjaa periaatteelle *situated kognition*, jossa korostetaan tiedon liittämistä sosiaaliseen ja kulttuuriseen ympäristöön, missä oppiminen tapahtuu. Tämä ilmenee luontevasti tiedon autenttisissa synty- tai käyttötilanteissa aktiivisen tekemisen ja ongelmanratkaisun kautta. Tätä periaatetta valaisee pragmatismi. (Haapasalo, 2011, s. 88–89.)

Pragmatismi

Pragmaattisessa tieteenfilosofiassa kohdistetaan huomio tiedon käyttökelpoisuuteen ja toiminnassa saavutettavaan hyötyarvoon. Pragmatismin mukaan sekä tieteelliset että arkitietoon kuuluvat uskomukset kehkeytyvät toiminnan välityksellä (kreikaksi pragma tarkoittaa toimintaa). Pierce on tämän suuntauksen kuuluisimpia edustajia 1800-luvulta. Hän on esittänyt, että uskomuksen varaan rakentuvan tavan mukainen toiminta johtaa yllättävään, ei toivottuun tulokseen. Tutkimuksen tehtävänä on johtaa ihminen epäilyn kautta uuteen uskomukseen. Siten uskomukset noudattavat seuraavaa ketjua: *uskomus* → *tapa* → *toiminta* → *yllätys* → *epäily* → *tutkimus* → *uskomus*. Käsitteiden merkitys ja niiden kognitiivinen rakentuminen tulee niiden käytännöllisistä seurauksista: esimerkiksi käsitteen ’kova’ merkitys rakentuu havaitsemalla, miten kovat esineet käyttäytyvät käytännössä. Oppimiseen ja sen ohjaamiseen liitettynä pragmatistinen asenne antaa lähtökohdan, että oppiminen tapahtuu tutkimalla, tekemällä ja toimimalla. (Haapasalo, 2011, s. 49; Tynjälä et al. 2005, s. 33)

Piercen teoriaa on kehittänyt William James korostamalla tiedon tai ideoiden ”käteisarvoa”, joka on arviointikriteerinä totuudelle. Jos usko johonkin totuuteen tuo hyödyllisiä vaikutuksia elämään, uskolla on suuri käteisarvo, ja siten se on pragmaattisessa mielessä totta. Toiminnan ja oppimisen kiinteä yhteys kiteytyy John Deweyn iskulauseeseen *Learning by doing*. Hänelle todellisuus näyttäytyy dynaamisena luonnon ja sitä koskevan kokemuksen välisenä kombinaationa. Deweyn ajattelu on lähellä sosiaalista konstruktivismia. Oppimisen keskeiset elementit ovat molemmissa kieli, välineet ja toiminta, eikä oppimista selitetä mentaalisten rakenteiden kehittymisen kautta. (Rinne et. al. 2015, s. 199–200; Jyväskylän yliopisto, Oppimisen historia – ’lyhyt oppimäärä’)

3.2 Tiedonlajit

Tiedonlajit lajitellaan usein kahteen luokkaan: proseduraalinen ja konseptuaalinen tieto. Tämä on tyypillinen lähestymistapa tiedon käsitteeseen psykologisen epistemologian kannalta (Joutsenlahti, 2005). Proseduraalinen tieto merkitsee dynaamista ja mielekästä sääntöjen, menetelmien tai toimintakaavojen suorittamista käyttäen hyväksi tiettyjä esitystapoja. Esitystapojen pohjana olevien tietojärjestelmien syntaksi ja esitysmuoto on yleensä tällöin ymmärrettävä, mutta jos suoritus on automatisoitunut, ei edellytetä, että näitä ominaisuuksia ajateltaisiin tietoisesti. (Haapasalo, 2011)

Konseptuaalinen tieto puolestaan on merkitysten ja esitysmuotojen verkko, jonka solmujen ja linkkien tulkitsemiseen ja rakentamiseen yksilö kykenee osallistumaan, tiedostaen ja ymmärtäen toimintansa perusteet sekä logiikan. Solmukohdat ja linkit voivat olla esimerkiksi käsitteitä tai niiden tunnusmerkkejä, proseduureja, toimintoja, näkökulmia tai ongelmia. Konseptuaalinen tieto on laajempi kuin termi ”käsite”. Merkityksiä muodostamalla konstruoidaan samalla käsitteitä ja niiden välisiä suhteita. Käsitteen muodostus on siten säännönmukaisuuksien tunnistamista ja kielellisten, kuvallisten sekä symbolisten esitystapojen käyttöä niiden kuvailemiseksi. (Haapasalo, 2011.)

Matematiikassa objekteilla on usein sekä proseduraalinen että konseptuaalinen luonne. Piaget’n ja Vygotskyn näkemyksen mukaan tieto ei ala käsitteistä vaan käsitteet ovat seurausta siitä, että yksilö tietää jotain. Voidakseen soveltaa matemaattista tietoa oppilas tarvitsee konseptuaalista tietoa, joka edellyttää proseduraalisen tiedon hyödyntämistä. (Haapasalo, 2011.)

3.3 Oppimisympäristö

Oppiminen tapahtuu oppijan sisässä, näkymättömissä. Koulutyössä opiskelulle kuitenkin luodaan pohja, annetaan virikkeitä ja palautetta, organisoidaan toimintaa ja harjoitellaan. Kaikki tämä voi johtaa oppimiseen. (Uusikylä & Atjonen, 2005, s. 155) Oppimisympäristöillä tarkoitetaan useimmiten paikkaa tai yhteisöä, jossa tarjolla olevien resurssien avulla opitaan ymmärtämään uusia asioita tai ratkaisemaan erilaisia ongelmia. Oppimisympäristöissä ei kuitenkaan ole kyse vain tilasta vaan toiminnallisesta kokonaisuudesta (Lehtonen, Pantzar & Varis, 2004). Laajassa mielessä koulun oppimisympäristö käsittää kaikki oppijan toimintoihin, oppimiseen, asennoitumiseen ja koulunkäyntiin vaikuttavat seikat (Ikonen & Virtanen, 2003). Monesti käsite liitetään informaatio- ja kommunikaatioteknologian soveltamiseen opetuksessa. Oppimisympäristöjen tarkastelun ei kuitenkaan tarvitse rajoittua vain teknologiaympäristöihin. Oppimisympäristöjä voidaan kuvata fyysisestä, sosiaalisesta sekä kulttuurisesta toimintaympäristöstä koostuvaksi kokonaisuudeksi, jonka vaikutuksessa oppiminen ja opiskelu tapahtuvat. Siihen kuuluvat oppiaines ja opetusjärjestely, tilat, laitteet ja pedagogiset ratkaisut. Oppimisympäristöissä tapahtuvan opetuksen ja oppimisen yleisenä lähtökohtana on nykyinen konstruktivistinen tieto- ja oppimiskäsitys. Yksi oppimisympäristön välttämätön osa on aktiivinen pedagoginen toiminta, jota se tarjoaa. Ympäristössä on mahdollista toteuttaa esimerkiksi erilaisia tehtäviä tai ongelmia, joiden ratkaisemisen ajatellaan tuottavan tavoitellun suuntaista oppimista. (Lehtonen et al., 2004) Oppimisympäristöjä koskevasta teoriasta voidaan löytää varsin pitkälle jäsenneltyjä viitekehyksiä ympäristöjen suunnitteluun ja toteuttamiseen. (Ropo, 2008)

Oppimisympäristöjä suunnitellaan ja toteutetaan siksi, että voitaisiin tarjota mahdollisuuksia monipuoliseen ja joustavaan, tavoitteiden suuntaiseen oppimiseen ja opiskeluun. Niiden muokkaamisen päämääränä on auttaa kaikkia oppilaita parempiin oppimistuloksiin (Ikonen & Virtanen, 2003). Oppimisympäristöjen suunnittelulla pyritään mahdollistamaan ajankohtaisten kysymysten, ongelmien tai haasteiden yhteisöllinen prosessointi. Ropo (2008) esittelee oppimisympäristöjen suunnittelussa neljä merkittävää näkökohtaa, jotka on hyvä ottaa huomioon: päämääräsuuntautuneisuus, kompleksisuus, autenttisuus, vuorovaikutteisuus sekä arviointi.

Päämääräsuuntautuneisuudella viitataan siihen, että oppimisympäristön tulisi tukea kasvatuksen ja opetuksen yhteisesti asetettuja päämääriä ja tavoitteita. Oppimisympäristössä on oltava mahdollista omaksua asiaan liittyvät faktat, ja sen tulee osoittaa asioiden ja ilmiöiden arvojärjestyksiä. Hyvä oppimisympäristö antaa mahdollisuuksia myös osanottajien omien tavoitteiden luomiseen ja toteuttamiseen. Toisekseen oppimisympäristöstä on hyvä luoda riittävän kompleksinen ja autenttinen. Sen on pystyttävä tarjoamaan haasteita ja ongelmia, joita yksilö pitää tärkeänä ja ratkaisemisen arvoisena. Autenttisuus viittaa siihen, että tarkasteltavien asioiden ja ilmiöiden tulee olla osanottajien näkökulmasta todellisia ja olemassa olevia. Kolmantena tärkeänä oppimisympäristön näkökulmana voidaan pitää sen kykyä ylläpitää ja edistää dialogisuutta, vuoropuhelua. Oppimisen prosessissa käydään vuoropuhelua itsen (reflektointi), toisten tai ympäristön kanssa. Myös tutkittava kohde on vuorovaikutuksessa oppijoiden kanssa. Neljänneksi oppimisympäristön on annettava palautetta ja mahdollistettava jatkuva oppimisprosessin seuranta ja yksilöiden arviointi. Keskeistä on se, että yksilö itse voi suorittaa oman opiskelun ja oppimisen seurantaa ja arviointia. Näin voidaan kasvaa itsenäiseksi oppijaksi. (Ropo, 2008.)

Tässä työssä oppimisympäristön muokkaamiseen kuului valmistetun materiaalin hyödyntäminen ja niiden esittely. Opiskelijoilla oli mahdollisuus seurata omaa oppimistaan saaduista tehtäväpalautteista sekä Moodle-oppmisiympäristöön laitetuista arvioinneista. Vierailukohteet vierailutehtävineen muodostivat hyvin erilaisen oppimisympäristön tavalliseen luokkahuoneeseen verrattuna. Ne soivat mahdollisuuden rikkaammille mielikuville ja kokemuksille. Merkityksen luomisen prosessin voi olettaa syntyvän sitä monipuolisemmaksi ja syvällisemmäksi, mitä rikkaampi ja autenttisempi oppimisympäristö on. Vaikka ympäristöjen luominen voi olla työlästä ja vaativaa, Rovon (2008) mukaan voidaan saavuttaa entistä monipuolisempia mahdollisuuksia kaikkia osapuolia rikastaviin kokemuksiin sekä mahdollisuuksia reflektointiin yhdessä ja yksin.

4 MOTIVAATIOMALLEJA

Motivaatio määritellään sisäiseksi tilaksi, joka saa aikaan, ohjaa ja pitää yllä toimintaa. Se vaikuttaa siihen, mitä valintoja yksilö tekee eri toiminta- ja käyttäytymisvaihtoehtojen välillä. Motivaatio vaikuttaa myös toiminnan ryhtymisen määrätietoisuuteen ja toiminnan intensiteettiin sekä sitkeyteen jatkaa aloitettua tehtävää. (Ruohotie, 1998, s. 36–27) Se vaikuttaa yksilön ajatuksiin ja tunteisiin tehtävää suorittaessa. Motivaatiota on tutkittu paljon, mutta tutkimus on ollut hajanaista testaustapojen ja käsitteiden tähden. (Lehtinen, Kuusinen & Vauras, 2007, s. 177–179) Nykyisessä motivaatiokäsityksessä oppija tuottaa itse oman motivaationsa. Siten motivoitumisen kannalta optimaalisen oppimisympäristön tutkiminen on saanut enemmän huomiota. (Lehtonen, 2006, s. 22)

Useimmat motivaatiotutkimukset käsittelevät ihmisen toiminnan virittymiseen ja ohjaamiseen liittyviä kysymyksiä. Ne ottavat useimmiten kantaa yksilön henkilökohtaisiin tavoitteisiin, uskomuksiin mahdollisuudesta vaikuttaa omaan toimintaansa ja emootioiden viriämiseen. Motivaatiota voidaan luokitella myös jakamalla se persoonallisuuden piirteenä (pysyvä ominaisuus) tai tilana (tilanteen mukaan muuttuva ominaisuus) ilmenevään motivaatioon. (Lehtinen et al., 2007, s. 177–179) Myös yleinen tunnettu tapa on eritellä motivaatio ulkoiseksi ja sisäiseksi. Tällöin toiminta tapahtuu joko ulkoisten syiden vuoksi, kuten matematiikan harjoittelu koetta varten. Sisäinen motivaatio puolestaan viittaa siihen, että yksilö on motivoitunut johonkin suoritukseen sen itsensä vuoksi. (Ruohotie, 1998, s. 37–39) Nykykäsityksen mukaan rajat eivät ole tarkkoja vaan nämä muodostavat jatkumon (Lehtonen, 2006, s. 22). Motivaatio voidaan eritellä myös lähestymis- ja välttämismotiiveihin, jotka kuvaavat ihmisen pyrkimystä lähestyä mielihyvää tuottavia asioita ja välttää negatiivisia kokemuksia. Sama toiminta voi selittyä molemmista motiiveista.

Koulun opiskelutilanteet ovat kovin monimutkaisia, minkä vuoksi mikään yksittäinen motivaatioteoria tai -malli ei riitä kuvaamaan tyydyttävästi niiden kaikkia olennaisia tekijöitä. Toiset motivaation muodot eivät ole mustavalkoisesti huonoja ja toiset hyviä vaan riippuvat eri tilanteista. Seuraavassa esitellään motivaatioteorioita, joiden pohjalta tutkimuksen tuloksia analysoidaan myöhemmin.

4.1 Ihmiselle ominaiset tarpeet motivaation lähtökohtana

Pedagogisissa tilanteissa käytetään usein sosiaalista vahvistamista. Se on behavioristisen teorian mukana tullut keskeinen motivaation suuntaamisen ja ylläpitämisen keino opetuksessa. Siinä on kyse oikean tai toivotun suorituksen tai käyttäytymisen jälkeen annettavasta palkkiosta, joka tuottaa oppijalle mielihyvää. (Nurmi & Salmela-Aro, 2002, s. 11–12) Opettaja voi esimerkiksi antaa myönteistä sosiaalista palautetta aina oikean reaktion jälkeen. Koe- ja todistusarvosanoja voidaan pitää viivästetyn sosiaalisen palkitsemisen muotona. Vahvistusmekanismeja hyväksikäyttävillä opetusjärjestelyillä on saatu nopeita ja selviä vaikutuksia, mutta tulokset ovat usein lyhytaikaisia, ja niihin voi liittyä negatiivisia oheisvaikutuksia. Toiminnasta ei välttämättä tule kuitenkaan houkuttavampaa. Tällöin palkinnon tuoma mielihyvä ei ole yleistynyt siihen johtaneeseen toimintaa liittyväksi mielihyväksi. Toisaalta ulkoisten palkintojen tuominen toimintaan saattaa vähentää itse suorituksen houkuttelevuutta. Toiminta, johon aikaisemmin ollaan sisäisesti motivoituneita, voi palkkion vaikutuksesta menettää alkuperäisen kiinnostavuutensa. Myös rangaistuksen uhan kokeminen heikentää sisäistä motivaatiota. (Lehtinen et al., 2007, s. 180–181)

Palkkion odotus voi lisätä toiminnan intensiteettiä, mutta samalla se voi johtaa tarkkaavaisuuden kaventumiseen ja huomioon otettavien asioiden vähenemiseen. Toiminnan strategia huononee näin intensiivisyyden kasvun seurauksena. Ulkoisiin palkkioihin perustuva motivointi voi aikaa myöten ohjata yksilöä suosimaan vähemmän haasteellisia tehtäviä tai muuten vähentää sisäisesti motivoidun toiminnan jatkuvuutta (Niitamo, 2002, s. 41). Ulkoinen palkkio ei välttämättä aina tuota sisäistä motivaatiota heikentäviä vaikutuksia. Usein negatiivisiin vaikutuksiin liittyy palkkio, joka korostaa sosiaalista vertailua ja vahvistaa epäonnistumisen pelkoa. Muussa tapauksessa hyvästä suorituksesta palkitseva ympäristö voi jopa vahvistaa sisäistä motivaatiota. (Lehtinen et al., 2007, s. 181)

Deci ja Ryan (2009) ovat määritelleet itsemääräämisteorian, jonka mukaan ihmisen sisäiseen persoonallisuuden kehitykseen liittyvää motivaatiota selittävät perusluonteiset psykologiset tarpeet. Ne ovat ensinnäkin tarve tuntea itsensä päteväksi (competence). Heidän mukaansa sisäinen motivaatio voimistuu, jos toiminnasta saa palautetta, joka vahvistaa kokemusta omasta pätevyydestä. Toiseksi tulee tarve kiinnittyä sosiaalisesti toiseen (relatedness). Tämä saa pohjansa varhaislapsuuden kehitystutkimuksista. Sosiaalinen kiinnittyminen vaikuttaa sisäisen motivaation ylläpitämiseen ja vahvistumiseen. Kolmantena tarpeena he esittävät tunteen autonomisuudesta ja siitä, että voi vaikuttaa tapahtumiin (autonomy). On tärkeää, että tilanne on järjestetty sellaiseksi, että ihminen tuntee olevansa vastuussa tekemisistään ja voivansa itsenäisesti vaikuttaa siihen. Siksi ulkoiset palkkiot voivat vähentää autonomian kokemusta, koska ne siirtävät toiminnan ohjauksen painopistettä muualle. (Deci & Ryan 2009; Nurmi & Salmela-Aro 2002, 16–17.)

4.2 Suorituksen odotusarvoteoria sekä attribuutioteoria

Suorituksen odotusarvoteorian mukaan motiivit ovat opittuja, kognitiivisia ja tunteisiin liittyviä odotuksia niistä seurauksista, joita toiminta tuottaa yksilölle. Tilanteisiin liittyy mahdollisuudet onnistumisesta ja epäonnistumisesta. Näihin liittyy teorian keskeiset elementit, jotka ovat motivaation suuntautumisen perusta: onnistumisen toivo ja epäonnistumisen pelko. Hallitseva onnistumisen toivo synnyttää lähestymismotivaation. Motivaation viriäminen perustuu onnistumisen subjektiiviseen todennäköisyyteen ja tehtävän yllykearvoon. Näiden välillä vallitsee käänteinen suhde. Helposti saavutettavissa oleva ei yllytä yritykseen, toisaalta vaikeasti tavoitettavaan suoritukseen liittyy suuri yllykearvo. Onnistuminen suorituksessa, jossa tavoitteen saavuttamisen todennäköisyys oli pieni, johtaa siten suureen mielihyvän kokemukseen ja päinvastoin epäonnistuminen helpossa tehtävässä on epämiellyttävämpää kuin vaikeassa. (Ruohotie 1998, s. 55–58) Hallitsevaa epäonnistumisen pelkoa seuraa välttämismotivaatio. Tällöin toiminta koetaan epämiellyttäväksi ja siihen ryhdytään tai sitä jatketaan vain ulkoisen paineen vaikutuksesta. Suoritusmotivaatiokuvauksen avulla voidaan tarkastella tavoitetasovalintoja. Lähestymiseen motivoitunut valitsee keskivaikeita tehtäviä, joissa lopputulos on epävarmin ja välttämiseen motivoitunut puolestaan pyrkii valitsemaan aivan helppoja tai hyvin vaikeita tehtäviä. Näin epäonnistumiseen liittyvä ahdistus tulee minimoitua. ’Onnistumisen toivon’ voimistumisen katsotaan lisäävän itseluottamusta. (Peltonen & Ruohotie 1992, s. 69–70)

Suorituksen onnistumisen ja epäonnistumisen syyt voidaan jakaa kolmeen luokkaan. Ensimmäinen luokka määräytyy siitä, onko syy toimijassa itsessään vai jossakin ulkoisessa tekijässä. Toisekseen onko epäonnistuminen tai onnistuminen pysyvää vai muuttuvaa. Kolmantena on kontrolloitavuusdimensio, jolla tarkoitetaan sitä, missä määrin yksilö kokee, että hän voi itse kontrolloida jotakin vaikuttavaa tekijää. (Ruohotie 1998, s. 62–64.)

Nämä attribuointitavat eli arviointikriteerit, joiden pohjalta tehdään syytulkintoja vaikuttavat motivaatioon siten, että ne vaikuttavat tulevan toiminnan tavoitteisiin muovaamalla menestymiseen liittyviä toiveita, pelkoja ja odotuksia. Oppilas kehittää oppimishistoriansa aikana itselleen tyypillisiä attribuointimalleja, joilla he selittävät omia onnistumisiaan ja epäonnistumisiaan. Puhutaan epäonnistumis- ja onnistumismotivoituneista. Näiden eri tavoin orientoituneiden attribuutiotaipumukset poikkeavat systemaattisesti toisistaan sekä onnistumisten, että epäonnistumisten selittämisessä. Onnistumistilanteessa syyn sisäinen tai ulkoinen sijainti on keskeistä. Onnistumiseen motivoituneet selittävät menestyksen erityisesti sisäisillä tekijöillä, mutta epäonnistumiseen motivoituneet painottavat ulkoisia tekijöitä ja päinvastoin epäonnistumisen tilanteessa. Erilaiset attribuointimallit vaikuttavat eri tavoin ihmisen toimintaan tulevissa tehtävissä. Esimerkiksi epäonnistumisen attribuoiminen yrityksen puutteeksi, voi johtaa uudessa tilanteessa ponnisteluiden lisäämiseen. Epäonnistumisen selittäminen kyvyn puutteella sen sijaan ei johda myönteisiin muutoksiin, sillä kyky koetaan pysyväksi ei-kontrolloitavissa olevaksi. (Peltonen & Ruohotie, 1992, s. 72–77.)

4.3 Minäpystyvyys ja intressiteoria

Minäpystyvyys kuvaa uskomuksia, joita yksilöllä on omista resursseistaan organisoida ja toteuttaa toimintoja, joilla voi selvitä erilaisista suorituksista toivotulla tavalla. Käsityksiin omasta minäpystyvyydestä voi vaikuttaa monta tekijää. Yksi tärkeä lähde ovat voimakkaat mieleenpainuvat kokemukset. Minäpystyvyyteen vaikuttavat myös kasvatuksen ja muun sosiaalisen vuorovaikutuksen kautta välittyneet uskomukset. Minäpystyvyys vaikuttaa suorituksiin, kuten siihen millaisia tavoitteita yksilö valitsee ja millaisiin tehtäviin hän ylipäänsä ryhtyy. Se vaikuttaa myös tehtäväsuoritustilanteessa ajatteluprosessien tasoon. Vahva luottamus omaan pystyvyyteen lisää sitkeyttä ponnisteluihin tavoitteiden saavuttamiseksi. (Schunk, D. & Pajares, F. 2009, s. 36–37, 42–44.)

Opetuksessa minäpystyvyystutkimus korostaa sitä, että oppilailla on usein jo oppimistilanteisiin tullessaan joitakin alustavia uskomuksia, jotka liittyvät heidän mahdollisuuksiinsa selvitä eteen tulevista, yleisemmistä tehtäväalueista. Aikaisemmin muodostuneet minäpystyvyysuskomukset vaikuttavat tuleviin kokemuksiin ja niissä muodostuviin spesifisempiin uskomuksiin, jotka puolestaan vaikuttavat seuraaviin kokemuksiin. Myös välittömissä opetus- ja opiskelutilanteissa saadut kokemukset muovaavat merkittävästi minäpystyvyysuskomuksia. Vaikeiden asioiden opiskelussa epäonnistumiset ja koetut vaikeudet ovat väistämättä läsnä. Oppimistilanteissa ne tulisi pystyä käsittelemään siten, etteivät ne vahvista näitä sisältöjä koskevia negatiivisia uskomuksia omista selviytymismahdollisuuksista. (Schunk & Pajares, 2009, s. 39–42.)

Intressiteoria liittää motivaation spesifisesti juuri tiettyihin kohteisiin. Teorian pohjalta tarkastellaan tietyn kohteen tai tilanteen mahdollisuuksia mielenkiinnon ja siihen liittyvän toiminnan herättämiseen. Olennaista on se, miten nämä ulkoiset kohteet ovat suhteessa yksilön arvoihin, emootioihin ja tietorakenteisiin. Intressitutkimuksessa tehdään usein jako persoonallisiin ja tilannekohtaisiin intresseihin. Persoonallinen intressi on melko pysyvä taipumus olla kiinnostunut joistakin kohteista. Työskentely näiden kohteiden parissa synnyttää mielihyvää, ja siksi niiden pariin suuntaudutaan mahdollisimman usein. Tilannekohtainen intressi on lyhytaikaisempi, ja se syntyy jonkin kiinnostavan kokemuksen tai tilanteen vaikutuksesta. Se voi syntyä täysin uusiinkin asioihin tai toimintoihin. Siten ulkoisten tekijöiden ominaisuuksilla on erityisesti vaikutusta tilannekohtaisten intressien syntymiseen ja vahvistumiseen. Kaikkien ihmisten kiinnostusta herättävää objektiivista tekijää ei kuitenkaan ole olemassa. Tilannekohtaiset intressit voivat vähitellen muodostua persoonallisiksi intresseiksi. (Schiefele, 2009, s. 198–201, 208.)

Molemmat intressityypit ohjaavat huomion kiinnittämistä. Ne vaikuttavat myös opiskeluintesiteettiin, sitoutumiseen, sitkeyteen työskennellä vaikeiden asioiden parissa, työskentelyn synnyttämiin positiivisiin emotionaalisiin kokemuksiin, kognitiivisen prosessoinnin tasoon sekä oppimissaavutuksiin. On mahdollista tunnistaa oppilaiden persoonallisia intressejä ja käyttää niitä hyväksi oppisisältöjen ja opiskelutilanteiden suunnittelussa ja valinnanmahdollisuuksien tarjoamisessa oppilaille. Pitkäkestoisten, persoonallisten intressien syntyminen on monimutkainen tapahtuma. Niiden muodostuminen on mahdollisesti yhteydessä pätevyyden ja autonomian kokemukseen. (Schiefele, 2009, s. 205, 208.)

4.4 Tavoiteteoriat

Ihmisen asettamilla tavoitteilla on tärkeä merkitys toiminnan ohjaajina. Tavoitteet vaikuttavat siihen, mitä ihminen tekee ja minkä tasoiseen suoritukseen ihminen pyrkii. Ne antavat myös pohjan oman suorituksen tai etenemisen arvioinnille. Tavoitteet voivat olla samat, mutta niiden motivationaalinen merkitys voi olla erilainen. Esimerkiksi kolme henkilöä voi tavoitella saman asian osaamista, mutta yksi haluaa oppia ymmärtääkseen asian syvällisesti, toinen välttääkseen ikävät seuraukset osaamattomuudesta ja kolmas näyttääkseen muille kykynsä. Opetus- ja opiskelutilanteessa oppilaalla on aina suuri määrä erilaisia sisältöihin, suoritustasoon, tilanteen hallintaan ja toiminnan luonteeseen liittyviä tavoitteita. Tämä tekee prosessin ymmärtämisen hyvin haasteelliseksi motivaation tutkijoille. (Maehr & Zusho, 2009, s. 77–78.)

Yksi tunnetuimpia tavoiteteorioiden malleja on jaottelu suoritusorientaatioon ja oppimisorientaatioon. Suoritusorientaatio painottaa ulkoisten suoritusten ja suorituksen lopputulokseen liittyvää tavoitetta. Tämä ihminen pyrkii toiminnallaan varmistamaan toivotun lopputuloksen saavuttamisen. Oppilaat esimerkiksi lukevat kokeeseen vain ne asiat, jotka olettavat kokeessa kysyttävän. Oppimisorientaatio puolestaan painottaa oppimista oppimisen vuoksi. Tällöin tavoitellaan tietojen ja taitojen hallintaa. Oppimiseen orientoituneet pitävät uusista haasteista, jos he kokevat oppivansa niiden kautta jotakin uutta. He myös katsovat, että kyvyt ovat dynaamisesti kehitettäviä, jolloin he ottavat enemmän vastuuta kykyjen tulevalle kehitykselle. Suoritusorientoituneiden mielestä kyvyt ovat staattisempia, jolloin he pyrkivät osoittamaan kyvykkyyttään ja tekemään sosiaalista vertailua. (Maehr & Zusho, 2009, s. 82–87; Aunola, 2002, s. 107.)

Suoritusorientaation voi jakaa lähestymis- ja välttämistavoitteisiin. Oppimiselle epätarkoituksenmukaisen toiminnan motivationaalista perustaa voidaan selittää siten, että liian vaativia tehtäviä tai julkista epäonnistumista vältellään. (Maehr & Zusho, 2009, s. 86–87). Tavoiteorientaatiotutkimuksissa osallistujat usein luokitellaan johonkin tavoiteorientaatiokategoriaan kuten oppimisorientoitunut, suoritusorientoitunut ja välttämisorientoitunut. Tämä on kuitenkin ongelmallista, koska ihmisillä on usein samanaikaisesti useaan eri kategoriaan kuuluvia tavoitteita. Siten oppilaiden motivaatiota voidaan kuvata paremmin motiiviprofiileilla, joissa tavoiteorientaatiot voivat esiintyä samanaikaisesti, mutta painottua eri tavoin eri oppilailla. (Lehtinen et al., 2007, s. 205)

Jos halutaan tukea oppimis- ja hallintatavoitteiden kehittymistä, tulee luoda ympäristöjä, jossa korostetaan asioiden oppimista ja ymmärtämistä sekä osoitetaan kiinnostusta oppimis- ja suoritusprosesseihin. Kilpailua ja ulkoisia suorituksia ja suorituspainetta korostavat ympäristöt aiheuttavat todennäköisemmin suoritus ja välttämistavoitteiden syntyä. (Maehr & Zusho, 2009, s. 84, 91–93.)

4.5 Tahdon teoria

Aina tehtävän välttämisen syynä ei ole motivaation puute, vaan syynä voi olla myös tilanteeseen nähden epätarkoituksenmukainen motivationaalinen virittyminen. Tehtävän kiinnostavuudesta huolimatta ihmiset eivät aina pysty riittävän sitkeästi keskittymään suorituksen loppuun saattamiseen, ja tehtävä saattaa jäädä suorittamatta. Tavoitteeseen orientoitunut toiminta on dynaaminen prosessi, jossa toimija säännöllisesti kohtaa häiriöitä ja turhautumista, mikä saattaa muuttaa alkuperäistä tavoitteen saavuttamisen motiivia. (Lehtinen et al., 2007, s. 213–214)

Käsitteet, jotka selittävät motivaation viriämistä ja motivaatiota suorituksen alussa, eivät välttämättä selitä riittävästi myöhempää suorituksen kuluessa tapahtuvaa motivaation muutosta. Tekojen kontrolliteoriassa jaetaan motivoitunut toiminta kahteen vaiheeseen tavoitepäätöstä edeltävään valintamotivaatioon ja tavoitepäätöksen jälkeiseen, toimeenpanevaan motivaatioon. Perinteinen motivaatiotutkimus, kuten intressiteoria, tavoiteteoriat ja minäpystyvyyden teoria, on keskittynyt lähinnä valintamotivaation vaiheeseen. Toisen vaiheen motivaationaalisia tekijöitä kutsutaan tekoja ohjaaviksi ja kontrolloivaksi tahdoksi. Tässä vaiheessa on keskeistä tavoitteiden suojeleminen ja ylläpitäminen. (Lehtinen et al., 2007, s. 214)

Tahdon teoria kuvaa sitä, miten oppija kehittää mielessään sellaisia malleja. Mallien avulla hän voi panna toimeen pyrkimyksiään ja ymmärtää erilaisten tekijöiden merkityksen toiminnan sääntelyssä. Suorituksenaikaiset sääntely- ja kontrolliprosessit liittyvät muun muassa tehtäviin keskittymiseen ja itsestä tai ympäristöstä peräisin olevien häiritsevien tekijöiden välttämiseen. Vaikka teoriassa erotellaan tavoitteen valintapäätöstä edeltävään ja sitä seuraavaan vaiheeseen liittyvät motivaationaaliset prosessit toisistaan, ne eivät kuitenkaan ole toisistaan täysin riippumattomia. Tutkimusten mukaan tehtävän suorittamista edeltävistä motiiveista erityisesti minäpystyvyys, tavoitteisiin sitoutuminen sekä oppimis- tai hallintatavoitteet johtavat tehtävän suorittamisen aikana tarkoituksenmukaisten motivationaalisten ja emotionaalisten kontrollistrategioiden käyttöön. Oppimisorientaatio tavoiteorientaatioista puolestaan ennustaa johdonmukaisesti sellaisten strategioiden käyttöä, joilla pidetään yllä motivaatiota opiskelun tai tehtäväsuorituksen aikaan. (Lehtinen et al., 2007, s. 215–216)

5 MATEMATIIKAN OPPIMISEN TEORIOITA

Tässä luvussa käsitellään sitä, miten matemaattinen tieto voidaan määritellä sekä mitä on matematiikkakuva, -käsitys sekä matemaattinen ajattelu ja ymmärrys. Matemaattista ajattelua voidaan jäsentää ja välittää toisille kielen avulla. Tätä voidaan harjoitella hyödyntämällä matemaattista kielentämistä. Lopuksi esitellään teoria siitä, mistä matemaattinen osaaminen koostuu.

Luvussa 4.2 käsiteltiin tiedon jakamista konseptuaaliseen ja proseduraaliseen tietoon. Matemaattinen tieto voidaan jakaa yhtälailla juuri näin, ja se on varsin yleistä. On myös muita tapoja määritellä matemaattista tietoa. Matematiikan opetuksessa on monenlaista tietoa, kuten konkreettisesti perusteltavissa olevaa tai päättelyin perusteltavaa tietoa. Toisaalta samansisältöinen tieto voidaan esittää useassa eri muodossa. Koska tiedon löytäminen tuottaa erilaista oppimista kuin tiedon saaminen valmiina, opettajalla on suuri vaikutus oppimiseen. Kuten edellä on esitelty, käsitys tiedosta on painottunut joko kokemuspohjaiseen, löydettyyn tuotteeseen tai mielen ja järjen tuottamaan tietoon tai näiden välille. Perinteinen, oikeita suorituksia vahvistava teoria (behaviorismi) on äärisuuntaus kokemuskeskeisessä päässä. Toista päätä edustavat teoriat, joissa painotetaan yksilöä oman tietonsa konstruoijana vuorovaikutuksessa ympäristönsä kanssa kuten tilannesidonnainen kognitio. Matematiikan opetuksessa on osattava ottaa huomioon nämä eri teoriat, sillä niiden asettamassa jännitekentässä opettaja toimii. (Leino, 2008)

Kaikki matemaattinen tieto on löydetty ajattelun kautta jossakin asiayhteydessä joko käytännön ongelman ratkaisemiseksi tai kiinnostumisen kautta. Kun löydös on yleistynyt, asiayhteys usein unohtuu. Kontekstivapaan matematiikan opettaminen antaa matematiikasta kuvan puhtaana teoriana, jäykkänä ja ikuisesti totena tietorakenteena, jonka olennainen osa on opittava sellaisenaan. Oppilaiden jäykät käsitykset matemaattisen tiedon ehdottomuudesta ja matematiikan luonteesta ovat seurausta perinteisestä opetustavasta ja oppisisältöjen jäykästä rakenteesta. (Leino, 2008.)

Leino (2008) näkee matematiikan opetuksen yleisenä tavoitteena olla elävä, kullekin oppilaalle alati muuttuva matematiikka, joka ilmenee oppilaita kiinnostavien ongelmien etsimisessä, esittämisessä ja ratkaisemisessa. Matematiikassa voi korostaa myös inhimillistä puolta, ihmisten aktiviteettia kulloisenkin ongelman ratkaisemisessa, kontekstisidonnaisuutta, jatkuvaa muuttumista, välttämättömiä yhteyksiä muihin kulttuurisektoreihin sekä niitä edustaviin oppiaineisiin ja käytäntöihin, arvosidonnaisuutta, epätäydellisyyttä. Matemaatikkojen perustyö on juuri pyrkiä löytämään ratkaisuja heitä kulloinkin kiinnostaviin ongelmiin, jotka voivat olla lähtöisin käytännön kysymyksistä, toisista oppiaineista, aikaisemmista kiinnostuksista tai keskusteluista läheisten kollegoiden kanssa. Matematiikan opetus voi myös korostaa ongelmakeskeisyyttä ja prosessia, lähteä oppilaiden kiinnostuksista ja käsityksistä tai ongelmista. Opetus voi olla projektiopiskelua, jossa lähtökohtana on oppilaiden sosiaalinen vuorovaikutus ja opettajajohtoisen opetuksen vähentäminen (Vesterinen, 2003, s. 9).

Käytännössä suuri osa jokaisen yksilön matemaattisesta tiedosta on uskomustasolla. Se tarkoittaa sitä, että uskomus muodostuu henkilökohtaisista käsityksistä, jotka ovat enemmän ja vähemmän selkeitä tai muistikuvista, joita on aikaisemmin opittu matematiikasta. Käsitykset ja muistikuvat voivat hyvinkin poiketa merkittävästi yleisesti hyväksytyistä käsityksistä. Tämän kaltaiseen, henkilökohtaiseen tietoon saattaa liittyä vääriä tulkintoja matemaattisesta tiedosta. (Pehkonen, 2011) Näitä käsitellään enemmän seuraavassa luvussa.

5.1 Matematiikkakuva ja matemaattinen ajattelu

Oppilaiden käsitteitä ja uskomuksia on matematiikassa tutkittu kymmeniä vuosia. Arkikielessä käsitteet käsitys, uskomus ja näkemys esiintyvät usein synonyymeina. Uskomukset, käsitykset, näkemykset, asenteet, mielikuvat ja tunteet voidaan erottaa toisistaan kahden dimension, pysyvyyden ja intensiteetin suhteen. Tunteet ovat intensiivisiä, mutta vähemmän pysyviä, kun taas uskomukset ovat pysyviä, mutta vähemmän intensiivisiä. Muut käsitteet asettuvat näiden ääripäiden välille. Uskomukset voidaan erotella edelleen objektiivisiin ja subjektiivisiin uskomuksiin. Objektiiviset uskomukset ovat julkisia ja virallisia, yhteisön hyväksymiä ja subjektiiviset yksilön henkilökohtaisia uskomuksia. Oppilaan henkilökohtaisiin käsityksiin matematiikasta ja sen opetuksesta vaikuttavat yhteisön yleisesti hyväksymät käsitykset matematiikasta. Uskomukset muodostuvat ryppäistä, jotka sisältävät affektiivisia ja tiedollisia osa-alueita. Matematiikan pitäminen tylsänä sääntöjen luettelona voi vaikuttaa siihen, ettei nauti matematiikan opiskelusta, eikä opi sitä helposti. (Portaankorva-Koivisto & Silfverberg, 2012)

Matematiikan uskomuksiin kuuluvat uskomukset matematiikasta oppiaineena, sen oppimisesta ja opiskelusta. Niihin kuuluvat myös oppilaan uskomukset itsestään ja pystyvyydestään oppijana, oppimisen sääntelijänä sekä tehtävään tai tavoitteeseen suuntautumisesta. Uskomuksiin kuuluvat lisäksi luokan sosiaalisiin ja sosio-matemaattisiin normeihin liittyvät uskomukset. Opettajan rooliin ja toimintaan liittyy myös uskomuksia. Uskomukset matematiikasta tieteenä ja kouluaineena voivat hyvinkin poiketa toisistaan. (Portaankorva-Koivisto & Silfverberg, 2012)

Matematiikkakuva kuvaa matematiikkauskomuksien rakennetta. Toisaalta se voidaan määritellä tiedon, uskomusten, käsitysten, asenteiden ja tunteiden kokonaisuutena, joka kehittyy matematiikkaan liittyvien kokemusten ja elämysten kautta. Matematiikkakokemukset ovat kokemuksia matematiikasta ja itsestä sen oppijana. Näillä tapahtumilla on suuri vaikutus siihen, miten henkilön matematiikkakuva alkaa rakentua ja millaisia henkilökohtaisia merkityksiä se pitää sisällään. (Huhtala & Laine, 2004). Opiskelijan matematiikkakuva koostuu neljästä pääkomponentista, jotka menevät osittain päällekkäin ja limittäin. Nämä ovat:

1. Uskomukset matematiikan luonteesta
2. Uskomukset omasta itsestään matematiikan oppijana ja sen käyttäjänä
3. Uskomukset matematiikan opetuksesta
4. Uskomukset matematiikan oppimisesta.

(Pehkonen, 1995, s.19; Joutsenlahti, 2005, s. 185; Breiteg, Grevholm & Krislenko, 2005, s.5) Näihin neljään komponenttiin lukeutuvat myös tutkimukseni kyselyiden kysymykset (luku 12.3).

Matemaattinen ajattelu puolestaan ilmenee muun muassa uusien käsitteiden oppimisprosesseissa ja ongelmien ratkaisujen yhteydessä. Matemaattinen ajattelu on matemaattisen tiedon, konseptuaalisen ja proseduraalisen, prosessointia. Tätä prosessointia ohjaavat ajattelijan metakognitiot. Käsitteenä matemaattista ajattelua ei Joutsenlahden mukaan ole tarkasti määritelty kirjallisuudessa ja määritelmiä on erilaisia. Ne ovat vakiintumattomia. (Joutsenlahti, 2005, s.20) Nämä määritelmät ja kuvailut riippuvat tutkijan lähtökohdista.

Pedagogisessa lähestymistavassa lähtökohtana on opettamisen näkökulma. Opettamis- ja oppimisprosessien tarkasteleminen jälkeenpäin mahdollistaa oppilaiden matemaattiseen ajatteluun vaikuttavien tekijöiden arvioimisen. Samalla voidaan etsiä keinoja kehittää oppilaiden ajattelua. Tarkasteltavia tekijöitä ovat erityisesti ongelmanratkaisu sekä oppilaiden uskomukset ja asenteet matematiikasta ja matematiikan opiskelusta, sosiaalinen interaktio luokassa, opetettavan sisällön kontekstisidonnaisuus ja mielekkyys oppilaiden näkökulmasta sekä opetusviranomaisen ohjeistukset. Opetussuunnitelman merkitys on koulussa esillä haluttujen toimintojen määrittäjänä ja ohjaajana. Opetussuunnitelmat määrittävät matemaattisen ajattelun käsitteen sisältöä sekä pedagogiselta että yhteiskunnalliselta kannalta. (Joutsenlahti, 2005, s. 64–66)

Matemaattisen ajattelun rakennetta voidaan myös kuvata eri komponenttien yhdistelmänä. Matemaattista ajattelua voidaan tarkastella neljänä hierarkkisena tasona: symbolien ja operaatioiden käyttäminen, käsitteiden ominaisuuksien tietäminen (kognitiivisen taidon käyttämistä), matemaattisten rakenteiden yleistäminen ja ongelmanratkaisun koettelu (reflektoiva ajattelu). Matemaattista ajattelua voidaan kuvata myös tiettyjen taitojen strategisena soveltamisena ongelmanratkaisutilanteessa. Näitä strategioita ovat: luokittelu, lukujonotaidot, analogian muodostaminen, deduktiivinen päättely ja ongelmanratkaisutaidot. Komponenttien ei välttämättä tarvitse olla toisiinsa nähden hierarkisia, vaan ne voivat olla myös rinnakkaisia. (Joutsenlahti, 2005, s.74)

Useilla oppilailla on tietynlainen uskomus matemaattisesta ajattelusta. Heidän mielestään matemaattinen ajattelu on rajoittunut tarkoittamaan lukujen ja lausekkeiden käyttöä sekä matemaattisten termien muistamista vastausten löytämiseksi valmiiksi annettuihin ongelmiin. Laadukas ajattelu ilmenee mahdollisimman nopeista oikeista vastauksista. Opettajat haluaisivat kuitenkin laajentaa oppilaiden näkemystä matemaattisesta ajattelusta, jotta se kattaisi myös ongelmaratkaisun ideat, päättelyn mahdollisuudet, kommunikaation merkityksen ja matematiikan yhteydet muihin tiedonaloihin. (Joutsenlahti, 2005)

Kislenkon (2005) tutkimuksen mukaan oppilaat yleisesti pitävät matematiikkaa hyödyllisenä ja työskentelevät ahkerasti oppitunneilla, mutta matematiikan opiskelua leimaa tylsyys. 11. vuoden opiskelijat pitivät matematiikkaa selvästi vähemmän hyödyllisenä kuin 9. luokan oppilaat.

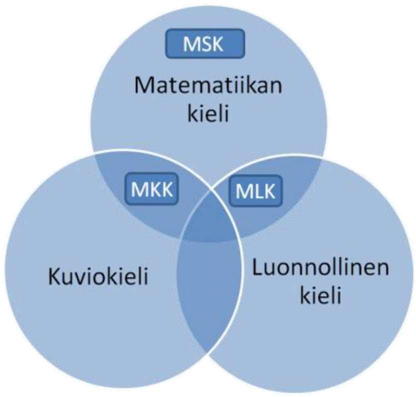
Amirali (2010) puolestaan teki pienimuotoisen kvantitatiivisen kyselytutkimuksen selvittääkseen yleisen mallin oppilaiden käsityksistä matematiikan luonteesta sekä heidän asenteistaan matematiikan oppimista kohtaan. Tulosten mukaan oppilaat pitävät matematiikkaa hyödyllisenä arjessa. Heidän käsityksensä matematiikasta aineena on ristiriitainen. He pitävät matematiikkaa tieteenä sekä absoluuttisena että fallibilistisena. Heillä on kuitenkin positiivinen asenne matematiikan oppimista kohtaan, jota Amirali osaksi perustelee sillä, että opiskelijat ovat mahdollisesti käsitelleet enemmän helpohkoja matematiikan tehtäviä.

Matemaattiseen ajatteluun liittyy tiedon lisäksi matemaattinen ymmärtäminen, joka sekään ei ole yksiselitteisesti määritettävissä. Ymmärtäminen on ajattelun tulos. Sitä voidaan kuvailla omien ajatusten järjestämisenä tai potentiaalisena kykynä tehdä sellaisia tiettyyn aiheeseen liittyviä ajattelua vaativia toimintoja kuten selittämistä, todisteiden löytämistä, yleistämistä, soveltamista, analogioiden löytämistä ja käsitellyn aiheen esittämistä toisella tavalla. Juuri korkeampaa ymmärrystasoa ei viime vuosina ole tunnuttu saavutettavan, vaan opetuksen tulokset näyttäisivät olevan kovin mekaanisella tasolla. (Pehkonen, 2013) Matemaattista ajattelua voidaan Pehkosen mukaan kehittää. Hän ehdottaa neljää opetuksessa käytettävää keinoa: ongelmatehtävien käyttäminen, luvuilla leikittely, matematiikan kielentäminen ja ajatuskartan laatiminen. Näistä tässä työssä käsitellään ongelmatehtävien käyttämistä ja matematiikan kielentämistä.

5.2 Matemaattinen kielentäminen

Opiskelija jäsentää ajatuksiaan ja välittää niitä muille kielen avulla. Kieli sisältää puhutun ja kirjoitetun kielen lisäksi kuvia, ilmeitä ja eleitä sekä erityisesti matematiikan yhteydessä matematiikan symboleja. Joutsenlahden mukaan matemaattisen ajattelun kuvaaminen toisille on opiskelijoista vaikeaa. Hyvänä mahdollisuutena tehdä matematiikan opiskelun kiinnostavammaksi ja muokata oppilaan kuvaa matematiikasta tieteenä, on tukea opiskelijoita käyttämään monipuolisesti eri kuvauskieliä, esimerkiksi myös luonnollista kieltä ratkaisuissaan. Matematiikan kielentämisen on tarkoitus jäsentää ja selkeyttää oppijan ajattelua sekä auttaa vertaisryhmää reflektoimaan omaa ajatteluaan. Se kehittää oppijan argumentaatiotaitoja ryhmän vuorovaikutustilanteissa. Matematiikan oppimista edistää ratkaisujen kirjoittaminen. Kirjoitusprosessi jättää näkyviin oman ratkaisun vaiheita, joihin voi palata ja joita voi muuttaa tarvittaessa. Kielentäminen helpottaa myös opettajan opetustilanteiden suunnittelua ja oppimisen arviointia. (Joutsenlahti, 2009)

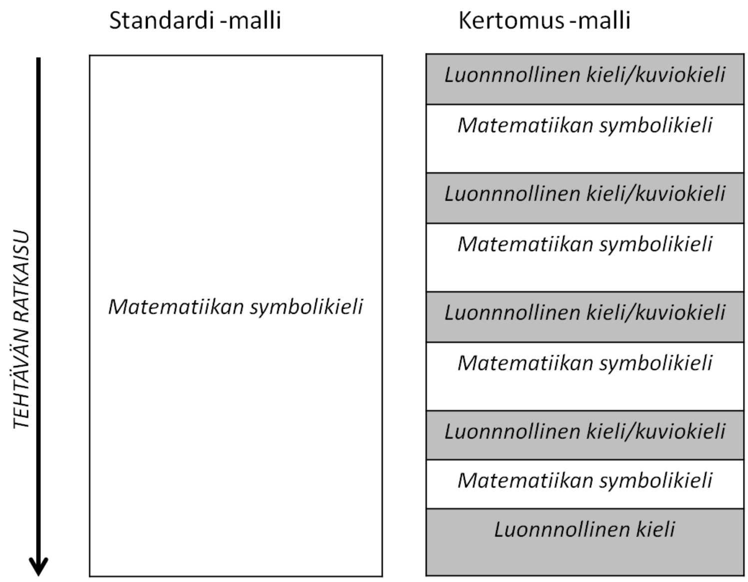
Joutsenlahti ja Kulju (2010) esittelevät, että matemaattisen ongelman ratkaisussa esiintyy kolme eri kieltä: kuviokieli, luonnollinen kieli ja matematiikan symbolikieli (MSK). Kuten kuvasta 1 voidaan nähdä, näillä kolmella kielellä on myös yhteisiä osuuksia toistensa kanssa. Kontekstista riippuen luonnollisen kielen sanoilla ja ilmaisuilla saattaa olla eri merkityksiä. Matematiikan ja luonnollisen kielen yhteiselle alueelle kuuluvat matematiikan käsitteet, joilla on täsmällinen merkitys kuten kupera monikulmio. Tätä aluetta voidaan kutsua matematiikkaan liittyväksi luonnolliseksi kieleksi (MLK). Matematikan kielen ja kuviokielen alueella on matematiikan kannalta merkitykselliset kuviot kuten yksikköympyrä (MKK).



***Kuva 1**. Matemaattisen ongelman ratkaisussa esiintyvät kolme eri kieltä. (Joutsenlahti & Kulju, 2010)*

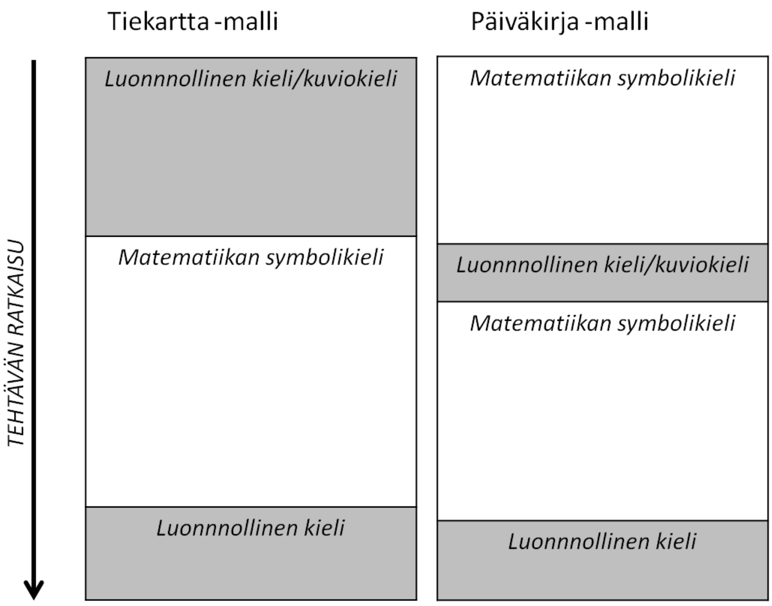
Näistä peruskoulun oppimateriaali ohjaa opiskelijoita käyttämään matematiikan symbolikielen aluetta, vaikka usealle opiskelijalle voi olla luontevampaa toimia mainitun alueen lisäksi luonnollisen kielen ja kuviokielen alueilla. Joutsenlahti on konstruoinut neljä kirjallisen kielentämisen mallia, joita voi soveltaa matematiikan tehtävien ratkaisujen esittämiseen. Mallit ovat standardi-, kertomus-, tiekartta- ja päiväkirjamalli.

Standardimalli perustuu symbolikieleen (kuva 2). Mallin ratkaisussa käytetään normimaisesti vain yhdenlaista esitystapaa: lauseke, laskut ja lopuksi vastaus yksikköineen. Ratkaisijan oma ymmärtämisen prosessi ei saa tukea. Muille ymmärrettävästi esittäminen jää myös taka-alalle. Kertomusmallissa ratkaisun perusteet ja eteneminen kuvataan vaiheittain sanallisesti ja kuvioilla (kuva 2). Mallissa käytetään väliotsikoita, joissa kuvataan miten ja miksi ratkaisu etenee seuraavaksi. Käytetyt merkinnät esitellään sanallisesti tai kuvioiden ohessa. Eri kielien käyttö tukee ja jäsentää ratkaisuprosessia, mikä tekee ratkaisun seuraamisen lukijalle mahdollisimman ymmärrettäväksi ja vaivattomaksi seurata. Lukion matematiikan oppikirjoissa sanallisten tehtävien esimerkit ovat usein ratkaistu tällä mallilla. (Joutsenlahti, 2009)



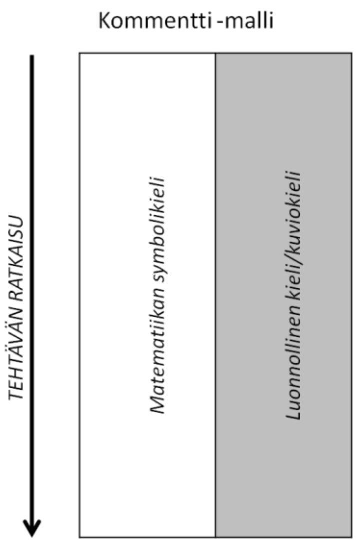
Kuva 2. *Standardi- ja kertomusmallin rakenne matematiikan tehtävän ratkaisussa. (Joutsenlahti 2009; Väänänen 2014)*

Tiekarttamallissa kuvataan aluksi sanoin ja kuvin kokonaan koko ratkaisuprosessi (kuva 3). Lukijalla on siten mahdollisuus saada käsitys kerralla ratkaisun kulusta ja olla selvillä ratkaisuun tarvittavista perusteluista. Itse ratkaisuprosessi tuotetaan pääasiassa matematiikan kielen avulla eli se vastaa standardimallia. Päiväkirjamallissa ratkaisija etenee standardimallin mukaisesti, mutta käyttää mukana sanallista esitystä tai kuvioita (kuva 3). Ratkaisuprosessin ongelmakohdissa ratkaisija jäsentää ja selkeyttää omaa matemaattista ajatteluaan kirjoittamalla ja piirtämällä lähinnä itselleen. Ratkaisija on siten vuorovaikutuksessa oman tekstinsä kanssa. (Joutsenlahti, 2009)



Kuva 3. *Tiekartta- ja päiväkirjamallin rakenne matematiikan tehtävän ratkaisussa. (Joutsenlahti, 2009; Väänänen, 2014)*

Myöhemmin Joutsenlahti löysi vielä yhden mallin tutkiessaan matematiikan kielentämistä lukiolaisten kanssa. Tässä kommenttimallissa ratkaisu tuotetaan matematiikan symbolikielellä paperin vasemmalle palstalle standardimallin mukaisesti (kuva 4). Paperin oikealle palstalle puolestaan tulee luonnollisen kielen ja kuvien avulla selitys vasemman palstan symbolikielestä. Nämä kielentämismallit antavat kielentämisen keinoja opiskelijalle. (Joutsenlahti, 2009)



Kuva 4. *Kommenttimallin rakenne matematiikan tehtävän ratkaisussa. (Joutsenlahti, 2009; Väänänen, 2014)*

Kielentämistehtävätyypit

Matematiikan kielentämistä varten on laadittu myös erilaisia tehtävämalleja. Näitä ovat esimerkiksi seuraavat seitsemän, joita kaikkia voi lähteä ratkaisemaan edellä esitettyjen ratkaisumallien avulla (taulukko 1). (Sarikka, 2014)

Taulukko 1. *Matematiikan kielentämisen tehtävämalleja. (Sarikka, 2014)*

A	koodaus	Matematiikan kielten eri osa-alueiden välillä tapahtuvaa ns. kääntämistä.
B	täydennys	Täydennetään annettuun ratkaisuun puuttuvia ratkaisun kannalta olennaisia osia.
C	virheen etsintä	Etsitään valmiiksi annetusta ratkaisusta virhe(itä).
D	ratkaisusta tehtävä	Päätellään annetusta ratkaisusta kysytty asia eli tehtävänanto, johon ratkaisu sopii.
E	ratkaisun argumentointi	Perustellaan annetusta ratkaisusta kysytty asia eli tehtävänanto, johon ratkaisu sopii.
F	tiedon seulonta	Etsitään tehtävänannosta ratkaisun kannalta olennaiset asiat.
G	omin sanoin selvitys	Selvitetään kirjallisesti tai suullisesti jokin asia ilman matematiikan symbolikieltä.

Koodaustehtävässä matematiikan symbolikieli esitellään luonnollisen kielen avulla. Tällaisessa tehtävässä voidaan myös kääntää luonnollinen kieli matematiikan symbolikielelle esimerkin 1 tavoin. (Sarikka, 2014) Tähän tehtävätyyppiin voisivat lukeutua myös tehtävät, joissa tulee tulkita kuvaa matematiikan luonnollisella kielellä ja päinvastoin kuten esimerkissä 2.

Esimerkki 1. *Kirjoita matemaattisin merkinnöin:*
suora m on yhdensuuntainen suoran n kanssa
kuviot K ja K' ovat yhdenmuotoiset.

Esimerkki 2. *Piirrä kuva, jossa on samankohtaiset kulmat.*

Täydennystehtävässä annetaan puutteellinen ratkaisu. Ratkaisuun pyydetään lisäämään puuttuvia välivaiheita, perusteluita tai selityksiä. Tämä on melko lähellä virheen etsintä -tehtävämallia, jossa annetaan valmis ratkaisu, joka on virheellinen. Tehtävänä on perustella oikeat välivaiheet, löytää virheet ja korjata ne. Näissä molemmissa tehtävissä laskijan on ymmärrettävä ja osattava perustella käytetyt matemaattiset toimenpiteet. (Sarikka, 2014) Yksi tutkimuksessani käytetyistä tehtävistä (tutkimustehtävä 5) oli saanut idean tästä tehtävämallista.

Kielentämistehtävänantona voi olla myös täydellinen ratkaisu, johon pitää keksiä tehtävänanto. Tämä oli pohjana tutkimuksessa käytetyssä tehtävässä 10. Tällaisessa tehtävässä voidaan nähdä, kuinka opiskelija osaa soveltaa kyseessä olevaa asiaa. Ratkaisun argumentointi-mallissa pyydetään perustelemaan sanallisesti tehtävän kannalta kiinnostavia asioita. Esimerkiksi derivointitehtävässä voitaisiin kysyä, mitä tarkoittaa derivoituvuus ja miksi derivaatasta ollaan kiinnostuneita. Tällaiseen tehtävään vastaamisessa ei riitä pelkästään, että osaa derivoida, vaan on ymmärrettävä derivaatan sovelluksia sekä teoriaa. Tiedonseulontatehtävässä on annettu liikaa lähtötietoja. Näistä opiskelijan on osattava valita oleelliset tiedot tehtävän ratkaisemiseksi. (Sarikka, 2014)

5.3 Matemaattinen osaaminen

Kilpatrick, Swafford & Findell (2001) ovat todenneet, ettei mikään termi voi täysin sisältää kaikkea matematiikkaan tarvittavaa asiantuntemusta, pätevyyttä, tietämystä ja kykyjä. Kuitenkin on määritettävissä osatekijöitä, jotka tarvitaan menestyksekkääseen oppimiseen. Nämä ovat: konseptuaalinen ymmärtäminen (conceptual understanding), laskutaito (procedural fluency), ongelmanratkaisutaito (strategic competence), päättelykyky (adaptive reasoning) ja matematiikan hyödyllisyyden ymmärtäminen (productive disposition). Nämä tekijät ovat kuin säikeet, jotka on punottu yhteen toisistaan riippuvaisina. Siten ne muodostavat yhdessä monimutkaisen kokonaisuuden, jota Kilpatrick et al. kutsuvat matemaattiseksi osaamiseksi (mathematical proficiency).

Osat on määritelty seuraavasti. Konseptuaalinen ymmärtäminen koostuu matemaattisten käsitteiden, operaatioiden ja relaatioiden ymmärtämisestä. Laskutaito vastaa laskujen joustavaa, virheetöntä ja toimivaa suorittamista (vrt. proseduraalinen tieto). Ongelmanratkaisutaito puolestaan viittaa kykyyn formuloida, esittää ja ratkaista matemaattisia ongelmia. Päättelykyky sisältää opiskeljan loogisen ajattelun, pohdiskelun ja perustelun. Viimeisenä matemaattisen ajattelun osatekijänä on matematiikan hyödyllisyyden ymmärtäminen. Sen seurauksena koetaan matematiikka järkevänä ja käytännöllisenä aihepiirinä, jota kannattaa ja on mahdollista opiskella ahkerasti ja tehokkaasti. (Kilpatrick et al, 2001, s. 116) Matemaattinen osaaminen kehittyy vain sellaisilla toiminnoilla, jotka keskittyvät jokaiseen osatekijään. Ne ovat runkona keskustellessa tiedosta, taidoista, kyvyistä ja uskomuksista, joista matemaattinen osaaminen muodostuu.

6 MATEMATIIKAN SOVELTAMINEN JA ONGELMANRATKAISU

Matematiikkaa ei opi kovin hyvin vain lukemalla tekstiä. On oleellista ratkaista itsenäisesti oppiainekseen liittyviä tehtäviä. Matematiikan soveltaminen edellyttää ensinnäkin matematiikan osaamista, mutta se ei aina yksin riitä. On myös opittava kuinka matematiikkaa voidaan käyttää muiden alojen ongelmien ratkaisemiseen. Matematiikan sovellutuksiin perehtyminen antaa matematiikan käsitteiden oppimiseen tarvittavaa konkretisointia eli havaintoja ja mielikuvia, joille käsitteiden oppiminen voi perustua. Ne antavat tietoa matematiikasta muiden tieteiden ja tehtävien apuvälineenä. Ne voivat myös motivoida opiskelijaa matematiikan opiskeluun ja auttaa opitun mielessä pitämisessä.

Matematiikka on oma itsenäinen tieteenalansa. Sillä on ikää jo yli 2000 vuotta. Matematiikassa tulokset ovat osoitettavissa oikeiksi aukottomalla loogisella päättelyllä, mikä tekee siitä eksaktin tieteen. Siinä rakennetaan ja käsitellään abstrakteja systeemejä logiikan keinoilla. Näillä systeemeillä ei välttämättä tarvitse olla mitään tekemistä todellisuuden kanssa. Matematiikka tieteenä vaatii myös luovaa ajattelua, kun todellisuudesta riippumattomia rakenteita luodaan ja tutkitaan. Siten se tarjoaa harjoittajalleen keksimisen iloa ja esteettisiä elämyksiä. Juuri matematiikan todellisuudesta riippumattomuus tekee siitä Lahtisen mukaan käsittämättömän tehokkaan todellisuuden kuvaajan, jota voidaan käyttää käytännön ongelmien ratkaisemiseen lähes kaikilla elämänaloilla. Koska matematiikkaa on mahdollista soveltaa sekä teorian että käytännön tehtäviin, se on tärkeä muille tieteille. Matematiikan rakenteen todellisuudesta riippumattomuus on eduksi siinä, että matemaattista rakennetta voidaan käyttää kuvaamaan mitä tahansa ilmiötä, jonka perusominaisuuksiin juuri tämä rakenne sopii. (Lahtinen, Kalliorinne Manninen & Pehkonen, 1989; Lahtinen, 2014.)

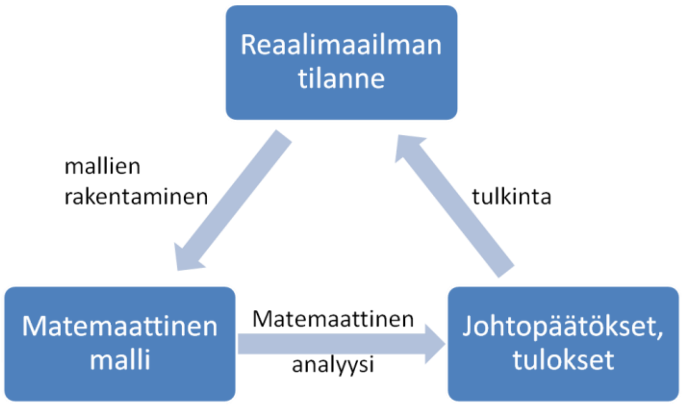
Matematiikan sovellutuksissa ilmiön käyttäytymistä hallitaan ilmiöstä tunnetun tiedon varassa muodostetuilla matemaattisilla yhtälöillä. Ne voivat olla hyvinkin monimutkaisia, ja niillä voi olla monenlaisia ratkaisuja. Aina ei ole yksinkertaista tulkita, mitä saadut matemaattiset ratkaisut kertovat ilmiöstä. Joskus ratkaisuille ei löydy konkreettista merkitystä, mutta se ei silti ole aina soveltajalle hyödytöntä. Näennäisesti outo ratkaisu voi joskus kertoa ilmiöstä ominaisuuksia, joita ei ole vielä löydetty. Esimerkiksi osa alkeishiukkasista on löydetty juuri pohtimalla, mitä matemaattisen mallin outo ratkaisu merkitsee. (Lahtinen, 2014)

Vaikka matematiikan rakenteet ovat todellisuudesta riippumattomia, niiden muodostaminen on saattanut lähteä todellisuudesta. Jos todellisen maailman ilmiölle ei ole löydetty sopivaa matemaattista mallia, on voitu kehittää sellaista uutta matematiikkaa, jolla ilmiötä voitaisiin kuvata. (Lahtinen, 2014)

Matematiikan soveltamisprosessissa voidaan erottaa kolme vaihetta (kuva 5). Ensimmäiseksi tilanne on pelkistettävä matemaattiseksi malliksi. Tämä on soveltamisen olennainen osuus. Tilanne on hallittava, jotta voidaan löytää keskeiset lainalaisuudet ja tekijät. Esiintyvät suureet, verbaaliset käsitteet ja relaatiot korvataan formuloinnissa symboleilla ja lausekkeilla ja geometrisilla kuvioilla. Näiden väliset yhteydet esitetään yhtälöillä, epäyhtälöillä, funktioilla jne. Jotta malli saadaan aikaiseksi, on yleensä yksinkertaistettava tilannetta joissain suhteissa, jolloin tarkoituksellisesti jätetään ottamatta huomioon pienempiä häiriötekijöitä tai poikkeamia yleisestä säännönmukaisuudesta – maapalloa pidetään täysin pallon muotoisena, liikettä suoraviivaisena, tasaisena tai muuta sellaista. (Lahtinen et al., 1989)

Toisena vaiheena muodostettu malli ratkaistaan matemaattisesti. Matemaattisen mallin sisällä tapahtuvat analyysit ovat tyypillistä matematiikan laskemista: sievennetään ja ratkaistaan yhtälöitä ja epäyhtälöitä, tutkitaan funktion kulkua, tehdään tarvittavia kuvioita koskevia johtopäätöksiä, arvioidaan tapahtumien todennäköisyyksiä ja niin edelleen. Tosielämän tilanteissa ei ole niinkään ennakkotietoa siitä, mitä matematiikkaa tarvitaan kuhunkin tilanteeseen. Siten mallin ratkaiseminen edellyttää hyvää matematiikan tuntemusta ja hallintaa. Usein tilanteisiin ei löydy tarkkaa matemaattista ratkaisua, jolloin tyydytään likiarvoratkaisuun riittävällä tarkkuudella. Jos tämä ei ole mahdollista, mallin muodostuksessa on epäonnistuttu, ja sitä on yksinkertaistettava tai tilanne on mallinnettava uudestaan. (Lahtinen et al., 1989)

Viimeisessä, kolmannessa vaiheessa tuloksia tulkitaan tarkastellussa tilanteessa. Tällöin selvitetään mitä saadut tulokset ja johtopäätökset merkitsevät käsiteltävän reaalimaailman tehtävän tilanteessa. Kaikilla matemaattisilla ratkaisuilla ei ole välttämättä mielekästä tulkintaa kuhunkin tilanteeseen. Tulosten tulkinnassa arvioidaan tulosten merkitys ja mielekkyys, mallin tehokkuus ja tarkkuus sekä muodostetaan käsitys mallin hyödyllisyydestä. Usein vasta tässä vaiheessa selviää, miten merkittäviä mallin muodostuksessa ja ratkaisussa tehdyt yksinkertaistukset ovat. Vaikka malli olisi matemaattisesti kovin hieno, se on epäonnistunut, jos sen antama hyöty jää kovin vähäiseksi tilanteen vaatimuksiin nähden. (Lahtinen et al., 1989)



Kuva 5. *Matematiikan soveltaminen reaalimaailmaan -prosessin kolme vaihetta. (Perustuu lähteeseen: Lahtinen et al., 1989., s. 7)*

Yrjönsuuri (2007) edellyttää rakenteiden ymmärtämistä ennen kuin matematiikkaa voi soveltaa. Matematiikan soveltamisessa ajattelun perustana on siirtyminen reaalimaailman tilanteesta ja kielestä abstraktiin ja symboliseen matematiikan kieleen ja päinvastoin. Yleistäminen ja soveltaminen ovat mahdollisia vasta, kun oppilas oppii itse rakentaa tietonsa sekä niiden yhteyden. Yrjönsuuri on rakentanut matematiikan tehtävän ratkaisemisen mallin, joka perustuu lukiolaisten tutkimukseen ja hänen omaan kokemukseen. Malli on hyvin samanlainen kuin Lahtisen (et al. 1989) muodostama malli. Yrjönsuuren mukaan mallin eri vaiheissa voidaan käyttää hyvin monenlaista matemaattista ajattelua. Tarkoitus on, että opettajan tulisi erottaa se ajattelun ominaisuus, jota halutaan painottaa. Mallissa on viisi vaihetta: 1. matemaattisen tehtävän tavoite 2. siirtyminen verbaalisesta kielestä symboliseen 3. matemaattisten käsitteiden, lauseiden ja operaattoreiden ominaisuuksien pohtiminen 4. matemaattisen operaattorin käyttäminen 5. ongelman rajojen arviointi ja ratkaisun esittäminen.

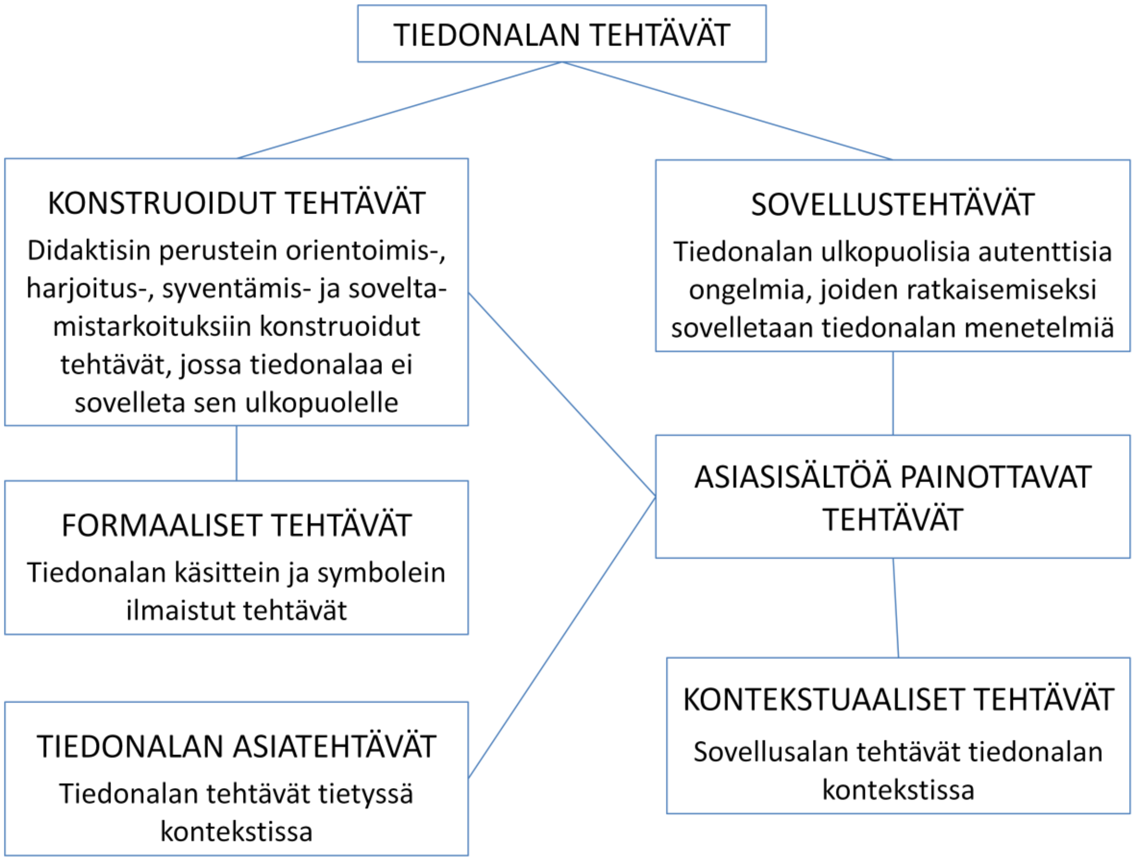
Ensimmäisessä vaiheessa pyritään saamaan kokonaiskuva tehtävästä. On ymmärrettävä alkutilan ja lopputilan sisällöllinen muutos. Ongelmaa havainnoidaan ja hahmotellaan, esitellään kuvallisesti ja lopputuloksesta pyritään saamaan mielikuva. Tällöin voi etsiä aikaisempia tilanteita tai tehtäviä, joiden matemaattinen rakenne tai menetelmä on samanlainen kuin tehtävän ongelmassa. Toisessa vaiheessa muunnetaan reaalimaailman tapahtuma matematiikan kielelle. Alku- ja lopputila tiivistetään kaavoiksi. Käsitteitä ja rakenteita koetellaan. Kolmannessa vaiheessa pyritään antamaan yhteys alkutilasta lopputilaan etenemällä jommasta kummasta suunnasta toiseen. Neljäs vaihe voi olla rutiinimuotoista laskemista. Viidennessä vaiheessa tulee ottaa huomioon kaikki mahdollisuudet, vertailla kriittisesti saatuja rinnakkaistuloksia sekä täsmentää parasta tulosta. Lopuksi tarkistetaan, että lopputulos vastaa alkutilassa annettuja muuttujia.

Ongelmanratkaisu

Matematiikan ongelmanratkaisua tarjotaan yleisesti menetelmänä matemaattisen ajattelun ja luovuuden kehittämiseen (Pehkonen, 2011). Ongelmanratkaisua on tutkittu paljon monista eri näkökohdista. Prosessin tutkimus on vahvasti ajattelun tutkimista ja liittyy siten tietoon, tiedon käsittelyyn ja oppimiseen. Jo pelkästään ongelma ja ongelmanratkaisu sanoina voidaan määritellä monella eri tavalla. Haapasalon (2011) mukaan ongelmanratkaisua ei voi määrittää pelkästään prosessiksi, jossa oppija keksii käyttää aiemmin oppimiaan sääntöjä uudessa tilanteessa. Määritelmässä tulisi Haapasalon mielestä lisäksi osoittaa se, mikä motivoi ratkaisuun pyrkimistä. Hän muotoilee seuraavan tulkinnan: ”Ongelma on tilanne, johon liittyy yksilön kannalta ristiriita- ja epätasapainotila, loogis-kognitiivinen konflikti. Tämä aikaansaa päämääränhakuista ajattelutoimintaa tähdäten tämän ristiriidan poistamiseen ja ratkaisun löytämiseen.” (Haapasalo, 2011, s. 17)

Motivaation merkitystä korostaa myös Mayer (1998). Hänen mukaansa tarvitaan kolme tekijää, jotta oppilaasta voisi tulla parempi ongelmanratkaisija. Nämä ovat tietotaito, harjoitus/metataito ja motivaatio. Näistä ensimmäinen viittaa tiedonaluekohtaiseen tietoon, joka on relevantti ongelmatehtävän ratkaisulle. Se on lähellä proseduraalista osaamista, jota kyseinen tehtävä vaatii. Metataidot viittaavat ymmärrykseen siitä, miten taitoja ja tietoja voidaan hyödyntää ongelmanratkaisussa eli sen voidaan katsoa vastaavan osaltaan konseptuaalista osaamista. Kolmas tekijä viittaa yksilön tunteisiin ja uskomuksiin yksilön kiinnostuksesta ja kyvyistä ratkaista ongelma. Siten ohjeistukset, jotka keskittyvät ainoastaan perustaitoihin, eivät ole riittäviä. Ongelmanratkaisu riippuu myös metakognitiivisista ja motivationaalisista tekijöistä, ei ainoastaan puhtaasti kognitiivisista tekijöistä.

Ongelmia voidaan luokitella monin eri tavoin, ja niitä voidaan laatia hyvinkin erilaisista pedagogisista näkökulmista. Tätä kuvaa seuraava kuvio (kuva 6):



KUVA 6. *Ongelmatehtävien luokittelu (Haapasalo, 2011, s. 44)*

Asia- ja sovellustehtävillä tarkoitetaan tiedonalan (matematiikan) tehtäviä, joihin sisältyy implisiittisesti vaatimus soveltaa tiedonalan menetelmiä ongelmien ratkaisemiseksi. Konstruoituja tehtäviä ja formaalisia tehtäviä esiintyy usein matematiikan oppikirjoissa. Työssäni laadittava tehtävämateriaali painottuu ennemmin sovellustehtäviin, kontekstuaalisiin tehtäviin ja tiedonalan asiatehtäviin. Kuvion luokittelua on tulkittava joustavasti, sillä esimerkiksi matemaattisten tehtävien ja asiatehtävien välillä on usein läheinen yhteys. (Haapasalo, 2011)

Soveltavat tehtävät

Haapasalo (2011) kyseenalaistaa aitojen soveltamistehtävien olemassaolon. Hänen mielestään uuteen käsitteeseen orientoituminen on soveltamista siinä missä samantyyppisen tehtävän ratkaiseminenkin käsitteenmuodostusprosessin jälkeen. Kysymys on siitä, millaista käsiterakennepohjaa oppilas käyttää ongelmatilannetta tutkiessaan. Sovellustehtävien yhteydessä Haapasalo painottaa sitä, että teknologian aikakaudella kuvaruudulla tapahtuvan animaation voi kokea yhtä reaaliseksi kuin elävän elämän tilanteen. Siksi on parempi puhua tilanteesta, joka on oppijalle kognitiivisesti ja psykologisesti mielekäs.

Sovellustehtävällä tulee olla kaikki seuraavat ominaisuudet:

1. Tehtävä on ongelma (kuten edellä on määritelty).
2. Ongelma on järkevästi muotoiltu.
3. Ongelmalla on ratkaisijalle merkitystä arkielämässä, työssä tai kyseisessä tilanteessa.

Viimeinen vaatimus tekee sovellusongelman laatimisen haasteelliseksi. Usein juuri siksi oppimateriaaleissa pidetään sovellustehtävänä tehtäviä, joissa ainoastaan käsite tai proseduuri on kulissoitu puhekielelle tai sovellettavan alueen terminologialle. Toisaalta tehtävät on saatettu muotoilla niin keinotekoisiksi, että oppilaan on vaikea liittää niihin merkityksiä saati motivoitua niitä ratkaisemaan. (Haapasalo, 2011)

Saman ongelman on havainnut Erno Lehtinen. Hän perustelee opiskelijoiden pelon sanallisia tehtäviä kohtaan sillä, että oppikirjojen sanalliset tehtävät ovat äärimmäisen tylsiä. Hänen on johtanut hanketta, jossa opettajat kehittivät realistisia, arjen tilanteisiin liittyviä tehtäviä. Tavoitteena oli, että matemaattiset toimitukset saisivat merkitystä suhteessa arkipäivän ilmiöihin. Hankkeeseen osallistuneissa ryhmissä oppilaiden sanallisten tehtävien ratkaisutaidot olivat kohenneet merkittävästi vertaisryhmään verrattuna. (Puttonen, 2015)

Matematiikan sovellustehtävät yleensä pyritään tuomaan arkielämän kontekstista. Tämän on tarkoitus havainnollistaa oppilaalle matematiikan merkitystä arkielämässä. Amiralin (2010) toteuttama pienimuotoinen kyselytutkimus osoitti, että oppilaiden positiivinen asenne matematiikan opiskelemista kohtaan aikaansai myös sitä, että he pitivät matematiikkaa hyödyllisenä oppiaineena. Tämä taas on relevanttia heidän jokapäiväisessä elämässään. Tämän perusteella Amirali pitää merkittävänä sitä, että oppilaille annetaan ongelmanratkaisutehtäviä, jotka liittyvät heidän jokapäiväiseen elämäänsä. Se pitäisi yllä näkemystä matematiikan hyödyllisyydestä.

Mitchell Nathan ilmaisee tutkimustensa valossa jopa, että matematiikan opetus tulisi aloittaa sanallisilla ongelmatehtävillä, sillä näiden ratkaisuissa oppilaat hyödyntävät tehokkaasti epämuodollisia ratkaisukeinoja, mikä kehittää matematiikan tajua. Hänen mukaan opettelun alkuvaiheessa symbolit voivat haitata oppimista. (Puttonen, 2015)

De Corten, Verschaffelin ja Greerin (2000) mukaan kuitenkin useissa tutkimuksissa on tullut vahvasti esiin, että sanallisia soveltavia tehtäviä ei osatakaan yhdistää arkielämään. Näiden eriyttäminen näkyy esimerkiksi siinä, kuinka tehtävän ratkaisun järkevyyttä ei asiayhteydessä osata pohtia. Eriyttäminen ei kuitenkaan välttämättä johdu osaamisen tai tiedon puutteesta. Oppilaan käsitys koulussa opiskeltavasta matematiikasta vain joskus voi aikaansaada sen, ettei arkielämän tietoja hyödynnetä koulun matematiikan tehtäviin (luku 5.2). Koetaan, että ne eivät kuulu kouluun. De Corten (et al.) mielestä tähän ovat syynä koulun käytössä olevat matematiikan opetuksen pääpiirteet. Ratkaisuna tilanteeseen nähdään matemaattista mallinnusta hyödyntävä innovatiivinen oppimisympäristö, joka poikkeaa pitkälti perinteisistä oppimiskäytännöistä. Heidän mukaansa tehtävän tulee olla rakenteeltaan hyvä, monipuolinen ja autenttinen. Autenttisuuden on tarkoitus heijastaa reaaliongelman ominaisuuksia kuten kompleksisuutta, huonoa jäsentelyä, useita näkökulmia ja ratkaisuvaihtoehtojen moninaisuutta. Opiskelijoiden tulisi kyetä laajentamaan, mukauttamaan, tarkistamaan ja omaksumaan matemaattisia ideoita kontekstissa, johon he pystyvät itsensä kuvittelemaan. Tilannetta edistää käynti kouluympäristön ulkopuolella tai sieltä tuodut esineet kuten mainokset, bussiaikataulut jne.

Myös Boaler (1993) kyseenalaistaa kontekstuaalisten tehtävien käytännönläheisyyden jokaiselle opiskelijalle. Hän on huomannut, että vaikka kontekstia yleensä käytetään motivaation kasvattamiseksi, se useinkin saattaa olla esteenä ymmärtämiselle. Este muodostuu nimenomaan silloin, kun konteksti on opiskelijalle vieras. Boalerin mukaan konstruktivistisesti tarkasteltuna mikään asiayhteys ei ole universaalisti tuttu tai mikä tärkeämpää jokaiselle oppilaalle merkityksellinen ja siten kaikille sopiva sovellus. Tarvittaisiin avoimesti aloitettavia ”open beginningness” tehtäviä, jotta voitaisiin saavuttaa jokaiselle riittävän tuttu asiayhteys. Henkilökohtaista merkitystä edistää todellisen maailman sijasta se, että tunnistetaan kunkin opiskelijan kultturaaliset arvot matematiikan oppimisympäristössä.

Kuten aiemmin on mainittu, tutkimuksessani käytetään hyväksi tekniikan sovellustehtäviä, jotka eivät ole suurelta osin opiskelijoiden arkielämän ongelmista lähtöisin. Tehtävien merkitystä ei ole tarkoituskaan muodostaa niiden hyödyllisyydellä arkielämässä vaan ennemmin jatko-opintoja silmällä pitäen. Koen että asiaa tukee pitkän matematiikan tavoite, luoda valmiudet jatko-opintoihin. Edellä mainitut haasteet soveltavissa tehtävissä ovat kuitenkin huomionarvoisia. Juuri se esimerkiksi, että tehtävät tulevat olemaan suurelle osalle vieraita mahdollistaa sille, että ne ovat opiskelijoille liian vaikeita tai vievät motivaatiota. Toisaalta niillä on kuitenkin mahdollisuus vahvistaa opiskelijan näkemystä matematiikan tarpeellisuudesta ainakin tekniikan aloille.

Tehtävätyypeistä

Ongelman tai tehtävän Haapasalo (2014) jakaa neljään komponenttiin: Alkutila - Konseptuaalinen tieto - Proseduraalinen tieto – Lopputila. Tehtäviä voidaan luonnehtia sen mukaan mikä näistä osista on annettu (1) tai mikä puuttuu (0). Siten tehtävätyyppejä saadaan $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$. Taulukossa 2 on esitelty näistä viisi esimerkkiä. Toisaalta tehtävissä on mahdollista antaa jokin tieto väärin (-1), jolloin erilaisia tehtävätyyppejä on varsin runsaasti.

Taulukko 2. *Erilaisten tehtävien luokittelu jakaen ne neljään komponenttiin: Alkutila – Konseptuaalinen tieto – Proseduraalinen tieto – Lopputila. (Haapasalo, 2014)*

Alku-tilan-ne	Kon-septu-aalinen tieto	Prose-duraa-linen tieto	Loppu-tilanne	Esimerkki
1	1	1	0	Etsi reaalivakiot a ja b siten, että rationaalifunktio f voidaan kirjoittaa osamurtohajotelmana $f(x) = \frac{1}{x^2+x-2} = \frac{a}{(x-1)} + \frac{b}{(x+2)}$.
1	0	1	1	Löytääkseen osamurtohajotelman $\frac{1}{x^2+x-2} = \frac{a}{(x-1)} + \frac{b}{(x+2)}$, Pekka sovelsi CAS-laskimen komentoa *factor* kirjoittamalla $fator\left(\frac{1}{x^2+x-2} = \frac{a}{(x-1)} + \frac{b}{(x+2)}\right)$. Sen jälkeen laskimen näyttöön ilmestyi $\frac{1}{(x-1)(x+2)} = \frac{(a+b)x+2a-b}{(x-1)(x+2)}$. Tekikö Pekka tai laskin jotain outoa vai käytettiinkö matemaattisia käsitteitä ihan oikein ja asianmukaisesti?
1	1	0	1	Löytääkseen osamurtohajotelman $\frac{1}{x^2+x-2} = \frac{a}{(x-1)} + \frac{b}{(x+2)}$, Pekka käytti CAS-laskinta ja sai yhtälön $\frac{1}{(x-1)(x+2)} = \frac{(a+b)x+2a-b}{(x-1)(x+2)}$. Millaista menetelmää arvelet hänen voivan soveltaa saadakseen ratkaisut $a = \frac{1}{3}$ ja $b = -\frac{1}{3}$?
1	0	0	1	Löytääkseen osamurtohajotelman $\frac{1}{x^2+x-2} = \frac{a}{(x-1)} + \frac{b}{(x+2)}$, Pekka käytti CAS-laskinta päätelläkseen, että riittää ratkaista yhtälö $(a+b)x + 2a - b = 1$. Selitä, miksi tällä menetelmällä saadaan ratkaisut $a = \frac{1}{3}$ ja $b = -\frac{1}{3}$?
0	1	1	1	Oletetaan, että löydät reaalivakiot a ja b siten, että $\frac{1}{x^2+x-2} = \frac{a}{(x-1)} + \frac{b}{(x+2)}$, kaikille $x \neq 1$ ja $x \neq 2$. Mikä voisi olla sellainen relevantti tilanne, jossa tällaisesta hajoitelmasta olisi hyötyä?

Taulukon 2 tehtävistä voidaan huomata, että samasta tehtävästä on pienillä muokkauksilla mahdollista muotoilla erityyppinen tehtävä. Ensimmäinen taulukon tehtävistä on stereotyyppi oppikirjoissa usein esiintyvistä tehtävistä. Muut tehtävät mittaavat konseptuaalisen ja/tai proseduraalisen tiedon hallintaa tai viimeisen tehtävän tavoin tehtävässä on osattava ottaa kantaa käytännön tilanteeseen tai sovellukseen.

7 TEKNIIKKA

Teknologia ja tekniikka saatetaan puhekielessä helposti sekoittaa keskenään, ja niillä voidaan tarkoittaa samaa asiaa. Kansanomaisesti teknologian voidaan ajatella olevan jotakin ihmisen tekemää, keinotekoista eli sellaista, jota ei ole luonnossa valmiina. Ontologisesti määriteltynä teknologia tarkoittaa tieteellistä tietoa, teoriaa, järkeilyä ja ymmärtämistä, joka on tekniikan ilmiöiden käsitteellisen haltuunoton taustalla. Yleisessä kielessä teknologialla tarkoitetaan lähinnä tekniikkaa tai teknisiä laitteita, koneita ja järjestelmiä. Usein kyseessä on elektroniikkaa, tietokonetekniikkaa, automaatiota ja robotiikkaa. Teknologia-sana viittaa Suomessa tietoon tekniikasta tai se voi viitata yksittäisen tekniikan alan prosesseihin kuten prosessiteknologia. Technology-termiä englannin kielessä käytetään laajemmassa merkityksessä. Teknologian ytimeksi voidaan määritellä teknisten laitteiden, raaka-aineiden ja komponenttien, erilaisten teknisten järjestelmien ja rakenteiden sekä tavaroiden ja palvelujen tuotannossa vastaan tulevien taloudellisten, ekologisten, sosiologisten ja eettisten ilmiöiden ymmärtäminen. (Kurjanen et al., 1995; Tekniikan akateemisten liitto, 1998)

Myös tekniikan määritelmiä on useita. Laajasti määriteltynä tekniikka voi olla mikä tahansa kyky tai taito kuten juoksutekniikka. Suppeampi määrittely tarkoittaa yleisesti välineiden tai älyn tai taidon tuottamien esineiden suunnittelua ja käyttöä. Useat tahot määrittelevät tekniikan luonnontieteiden soveltamiseksi käytännön päämäärien saavuttamiseksi. Tässä työssä käytetään sanaa tekniikka teknologian sijaan nimenomaan soveltamisnäkökulman vuoksi. (Tekniikan akateemisten liitto, 1998)

Tutkimuksessa pyritään löytämään käytännön esimerkkejä matematiikan sovelluksista, joita voidaan hyödyntää matematiikan opetuksessa. Tekniikan ala mielletään usein alaksi, jossa tarvitaan matematiikkaa. Tämän vuoksi matematiikan sovelluksien kartoitus pyrittiin rajaamaan tekniikan alaan. Myös kiinnostukseni aihepiiriä kohtaan kannusti rajausta. Lisäksi lukion opetussuunnitelman perusteiden mukaan matematiikan pitkän oppimäärän opetuksen tulee pyrkiä antamaan opiskelijalle selkeä käsitys matematiikan soveltamismahdollisuuksista arkielämässä, tieteessä ja tekniikassa (Opetushallitus, 2003).

Seuraavissa luvuissa esitellään tekniikan alan monipuolisuutta sekä yksittäisiä teollisuuden aloja. Tekniikan aloihin liittyvä teollisuus on Suomelle merkittävä sekä työnantajana että viejänä. Monet lukiolaiset pyrkivät jatko-opintoihin tekniikan alan koulutukseen.

Tekniikan ala työllistää lukemattomia erilaisia osaajia. Teknisiin tieteisiin kuuluvat arkkitehtuuri ja maisema-arkkitehtuuri, biotekniikka ja bioinformaatioteknologia, informaatioverkostot ja tietojohtaminen, konetekniikka, materiaalitekniikka, puunjalostustekniikka, sähkötekniikka ja elektroniikka, tietotekniikka ja tietoliikennetekniikka, teknillinen fysiikka ja matematiikka, automaatiotekniikka, energiatekniikka, kemiantekniikka, maanmittaus, prosessitekniikka, rakennustekniikka, tekstiili- ja vaatetustekniikka, tuotantotalous ja ympäristötekniikka. (Tekniikka)

Tekniikan alan monipuolisuuden vuoksi työssä on päädytty rajaamaan teknisten sovelluksien aihepiiriä opiskelijoiden kiinnostuksen mukaan. Samalla oli tarkoitus sitouttaa opiskelijat paremmin tutkimukseen antamalla heidän vaikuttaa toteutukseen, kertomalla kiinnostuksen kohteistaan. Tätä varten toteutettiin kysely, jonka tulokset osaltaan vaikuttivat aihepiirien valintaan. Kyselyn toteutuksesta ja tuloksista kerrotaan lisää luvussa 9.1. Näitä olivat tietotekniikkaan, kemiaan, sähköön, elektroniikkaan sekä rakennustekniikkaan liittyvät alat. Lisäksi esitellään konetekniikka, sillä se on merkittävä teknologiateollisuuden ala ja lisää monipuolisuutta. Toisaalta oli mielenkiintoista nähdä kuinka alaan suhtaudutaan, vaikka se ei ollutkaan kiinnostavimpien joukossa. Tässä esitellään lyhyesti kyseiset alat ja niihin liittyvät aihealueet, jotka hyödyntävät matematiikkaa.

Teknologiateollisuus

Teknologiateollisuus on merkittävin elinkeino Suomessa. Alan yritykset työllistävät suoraan kaikkiaan noin 280 000 ihmistä ja välillisen työllistämisvaikutuksen kanssa 30 % Suomen työvoimasta. Teknologiateollisuuden osuus on 50 % Suomen koko viennistä. Lisäksi Suomen kaikista elinkeinoelämän tutkimus- ja kehitysinvestoinneista 80 % kohdistuu teknologiateollisuuteen. Teknologiateollisuus on jaettu viiteen eri päätoimialaan: elektroniikka- ja sähköteollisuus, kone- ja metallituoteteollisuus, metallien jalostus, tietotekniikka sekä suunnittelu ja konsultointiala. (Teknologiateollisuus ry, 2014d)

Elektroniikka- ja sähköteollisuus

Elektroniikka- ja sähköteollisuus koostuu tietoliikennelaitteiden, sähkökoneiden ja instrumenttien valmistuksesta. Suomalaisen elektroniikkateollisuuden ehkä tunnetuin tuote on kännykkä, mutta säähavaintolaitteet, röntgenlaitteet, sähkömoottorit ja sykemittarit ovat myös monelle tuttuja tuotteita. Vuonna 2013 alan yritysten liikevaihto Suomessa oli lähes 15,8 miljardia euroa. Henkilöstöä Suomessa oli 43 200. Ulkomaisten tytäryritysten henkilöstön määrä oli yli 120 000. Viime vuosina toiminta ulkomailla on kasvanut runsaasti erityisesti Aasiassa. Toimialan tuotannosta menee vientiin yli 80 prosenttia. (Teknologiateollisuus ry, 2014a)

Elektroniikka- ja sähköteollisuus panostaa tutkimus- ja kehitystyöhön. Useilla alueilla se on yli 10 % liikevaihdosta. Toimialalle on tunnusomaista muun muassa erikoistuminen ja innovatiivisuus, nopea teknologioiden soveltaminen, erilaisten osaamisten yhdisteleminen suurissa järjestelmissä ja lisäarvopalveluissa, ammattituotteet sekä vaativa asiakaskohtainen piensarjavalmistus. Tietoliikenne on liikevaihdoltaan suurin elektroniikka- ja sähköteollisuuden alue. Vahvoja alueita ovat myös automaatio- ja hitsauslaitteet, lääketieteen elektroniikka, pääte- ja verkkolaitteet, anturit ja tunnistinjärjestelmät, ilmailu- ja avaruuslaitteet, sähkökäytöt ja moottorikäytöt, säähavaintolaitteet ja -järjestelmät, kulkuneuvot, nostolaitteet sekä energia- ja ympäristöteknologian ohjauslaitteet ja elektroniikkalaitteet. (Teknologiateollisuus ry, 2014a)

Kone- ja metallituoteteollisuus

Kone- ja metallituoteteollisuus on teknologiateollisuuden viidestä toimialasta ehdottomasti suurin sekä viennin, henkilöstömäärän että liikevaihdon suhteen. Vuonna 2013 alan yritysten liikevaihto Suomessa oli lähes 27,2 miljardia euroa. Henkilöstöä Suomessa oli 125 500. Tämä määrä on 55 % koko henkilöstöstä. Myynnistä 70-80 % kulkeutuu EU:n sisämarkkinoille ja lähialueille. (Teknologiateollisuus ry, 2014b)

Nopeasti kehittyvien talouksien kasvu ja kaupungistuminen on ollut ja on edelleen kone- ja metallituoteteollisuuden kasvun moottori. Uusia osaajia tarvitaan jatkuvasti kaikilla koulutustasoilla. Toimialan yrityksissä hallitaan uuden teknologian nopea soveltaminen asiakaslähtöisiin tuotteisiin ja niiden tuotantoprosesseihin. Asiakkaiden yksilöllisiin tarpeisiin suunnitellut kokonaisratkaisut mahdollistavat yhä enenevässä määrin yritysten muodostamat yhteistyöverkostot. Siten jokainen pystyy kehittämään omaa erikoisosaamistaan. Menestyminen synnyttää lisää työpaikkoja myös alihankkijayrityksissä. Kone ja metallituoteteollisuuden ehkä tunnetuin jokapäiväinen tuote on oranssit sakset. Muita alan menestyneitä tuotteita ovat muun muassa risteilijät, laivojen ja voimaloiden moottorit, massa- ja paperikoneet, kiven ja mineraalien käsittelylaitteet, hissit, nosturit ja nostimet sekä metsä- ja maatalouskoneet. (Teknologiateollisuus ry, 2014b)

Tietotekniikka

Tietotekniikka on strateginen ala, jonka tuottamien tuotteiden ja palveluiden avulla voidaan parantaa tuottavuutta ja tuloksellisuutta sekä tuotteiden ja palveluiden laatua. Alan yritykset tekevät ohjelmistoja, tarjoavat tietotekniikan käyttämiseen liittyviä palveluja ja konsultointia, tietokantapalveluita sekä sisällön tuotantoa. Viime vuosien aikana tietotekniikka-ala on liikevaihdon osalta kasvanut eniten muihin teknologiateollisuuden aloihin verrattuna. Liikevaihto oli vuonna 2013 8,3 miljardia euroa. Henkilöstöä oli Suomessa 54 500. Ulkomaisissa tytäryrityksissä selvästi alle 20 000. (Teknologiateollisuus ry, 2014c)

Yhteiskunnassamme tietotekniikkaa on nykypäivänä kaikkialla, ja ilman sitä yhteiskunta ei toimi. IT on keskeinen kehittämisen väline cleantechissä, pelialalla ja terveysteknologiassa. Tietojärjestelmien avulla hallitaan ja ohjataan lentokoneita, autoja, maatalous- ja metsäkoneita, puhelimia ja kodinkoneita. Tuotantoprosessit ovat tietotekniikkaohjattuja. Myös yhä useammat palvelut tuotetaan digitaalisesti tietoverkkojen kautta, mikä laajentaa markkinat koko maailmaan. (Teknologiateollisuus ry, 2014c)

Kemian tekniikka

Kemian tekniikka yhdistetään usein kemianteollisuuteen, mutta sen osaajia tarvitaan myös monilla muilla aloilla. Kemian tekniikan tutkimuksesta ja alan osaajista ovat riippuvaisia esimerkiksi paperi- ja sellu-, elintarvike-, lääke- ja kosmetiikkateollisuus, rikostutkimus, vedenpuhdistus, jätehuolto ja metallurgia. (Kemianteollisuus ry)

Kemian teollisuus on yksi merkittävimmistä toimialoista Suomessa. Sen osuus Suomen teollisuustuotannosta ja teollisuuden tavaraviennistä on noin neljännes. Kemian teollisuus työllistää Suomessa yli 34 000 työntekijää. Lisäksi noin 30 000 suomalaisen kemianteollisuuden henkilöstöön kuuluvaa työskentelee ulkomailla. Kemianteollisuuden tuotannon liikevaihto oli noin 25 miljardia euroa vuonna 2013. Tästä öljytuotteiden ja peruskemian osuus oli noin 70 %. (Kemianteollisuus ry)

Rakennustekniikka

Rakennusalalla muun muassa rakennetaan ja korjataan asuntoja, toimistoja, kauppoja, tehtaita, maanteitä, rautateitä, lentokenttiä ja laivaväyliä. Rakennusala on suuri työllistäjä. Kaikissa rakennuskohteissa tarvitaan monenlaisia osaajia kuten rakentajia, työnjohtajia, projektinjohtajia, suunnittelijoita ja monia muita ammattilaisia. Ala on siten laaja ja vaihteleva. (Rakennusteollisuus)

Rakentaminen ja rakennustuoteteollisuus työllistää yhteensä noin 250 000 henkilöä. Rakennusalalla on paljon pienyrityksiä. Ulkomaisten työntekijöiden osuus on merkittävä. Talonrakennusalalla heitä on noin joka viidennes työmaiden kaikista työntekijöistä. Vuonna 2011 rakentamisen liikevaihto oli 27 miljardia euroa. Korjausrakentaminen on tuonut kasvua rakennusteollisuuden liikevaihtoon. (Rakennusteollisuus)

8 TUTKIMUKSEN MATEMAATTINEN TAUSTA-TEORIA

Tutkimuksen perusjoukko koostuu kaikista yksilöistä, joista halutaan tietoa. Koko perusjoukkoa tutkittaessa on kyse kokonaistutkimuksesta. Useinkaan ei ole mahdollista tutkia kaikkia perusjoukon jäseniä. Tällöin valitaan perusjoukkoa mahdollisimman hyvin edustavat yksilöt. Nämä valitut yksilöt muodostavat otannan. Otanta voidaan valita tutkimukseen satunnaisesti ja ei-satunnaisesti. Satunnaisotannassa valitaan täysin sattumanvaraisesti sopiva määrä yksilöitä mukaan tutkimukseen. Tähän on useita eri menettelytapoja. Satunnaisotanta lisää yleensä tutkimuksen luotettavuutta. Ei-satunnainen otos on valittu tutkijan mielenkiinnon mukaan joko saatavuuden tai harkinnan perusteella. (Metsämuuronen, 2009, s. 61)

Varsinainen tutkimus tehdään valitulle otannalle. Usein käytössä on mittari eli testipatteristo, jonka tarkoituksena on tuottaa tietoa tutkittavalta alueelta. Mittarin antamia tuloksia analysoimalla voidaan saada tutkimustietoa perusjoukon tutkittavista ilmiöistä. Analyysi erityisesti kvantitatiivisissa tutkimuksissa perustuu tilastollisiin menetelmiin. Tässä luvussa käsitellään perusasioita tilastomatematiikasta, jotka ovat tämän tutkimuksen kvantitatiivisen analyysin taustalla. (Metsämuuronen, 2009, s. 67)

8.1 Todennäköisyyslaskenta

Todennäköisyyslaskenta kehittää matemaattisia malleja, joilla yritetään kuvata ja erottaa satunnaisilmiöiden systemaattiset ja satunnaiset piirteet. Reaalimaailman ilmiö on deterministinen (ts. eksakti tai kausaalinen), jos sen alkutila määrää ilmiön lopputilan. Reaalimaailman ilmiö on puolestaan stokastinen eli satunnainen, jos ilmiöllä on useita erilaisia vaihtoehtoisia tuloksia. Sen alkutilan perusteella ei voida ennustaa ilmiön lopputilaa, mutta kuitenkin tulosvaihtoehtojen osuudet eli frekvenssi voidaan nähdä ilmiön toistuessa käyttäytyvän säännönmukaisesti. Sukupuolen määräytyminen on esimerkki satunnaisesta ilmiöstä. Vaikka lapsen sukupuolta ei voida ennustaa etukäteen, noin puolet syntyvistä lapsista on tyttöjä ja puolet poikia. Siten sukupuolen määräytymisellä on säännönmukaisia piirteitä. (Mellin, 2007, s. 8–9)

Todennäköisyyslaskennassa satunnaisilmiötä kutsutaan satunnaiskokeeksi. Satunnaiskokeen yksittäinen tulosvaihtoehto on alkeistapahtuma. Satunnaiskokeen kaikkien alkeistapahtumien muodostamaa joukkoa kutsutaan otosavaruudeksi.

Satunnaiskokeen tapahtuma tarkoittaa jotakin otosavaruuden alkioiden muodostamaa joukkoa. Otosavaruus, S, on siten perusjoukko, jonka alkioita ovat alkeistapahtumat, s:

$$s \in S. \tag{1}$$

Tapahtumat ovat otosavaruuden S alkioiden eli alkeistapahtumien muodostamia otosavaruuden osajoukkoja. Jos joukko A on jonkin otosavaruuden S tapahtuma, niin

$$A \subset S. \tag{2}$$

Lapsen sukupuolen määräytymisessä otosavaruus on

$$S = \{\text{Tyttö}, \text{Poika}\}, \tag{3}$$

ja alkeistapahtumat ovat:

$$\text{Tyttö}, \text{Poika}. \tag{4}$$

(Mellin, 2007, s. 9–10)

Todennäköisyys on joukkofunktio

$$\mathrm{P}(\cdot). \tag{5}$$

Se liittää jokaiseen otosavaruuden S tapahtumaan A reaaliluvun.

$$\mathrm{P}(A) \in \mathbb{R}.. \tag{6}$$

Todennäköisyyden perusominaisuudet ovat seuraavat

Olkoon joukko A otosavaruuden S tapahtuma. Tällöin

$$0 \leq \mathrm{P}(A) \leq 1. \tag{7}$$

Myös tyhjä joukko $\emptyset$ on otosavaruuden S osajoukko ja siten tapahtuma. Tyhjä joukko samaistetaan mahdottoman tapahtuman kanssa, sillä siinä ei ole yhtään alkiota. Sovitaan, että

$$\mathrm{P}(\emptyset) = 0. \tag{8}$$

Lisäksi otosavaruus S on otosavaruuden S osajoukko ja siten tapahtuma. Samaistetaan otosavaruus S varman tapahtuman kanssa ja sovitaan, että

$$\mathrm{P}(S) = 1. \tag{9}$$

Tapahtumaa A sanotaan todennäköisemmäksi kuin tapahtuma B, jos

$$\mathrm{P}(A) > \mathrm{P}(B). \tag{10}$$

Tällöin vastaavasti tapahtuma B on epätodennäköisempi kuin tapahtuma A.

Mitä todennäköisempi yksittäinen tapahtuma on, sitä useammin tapahtumalla on taipumus esiintyä satunnaisilmiön toistuessa. Yleensä tällöin on myös sitä suurempi tapahtuman havaittu suhteellinen frekvenssi. (Mellin, 2007, s. 23–29)

Klassinen todennäköisyys
Olkoon tapahtuma A otosavaruuden S osajoukko. Olkoon $n_s = n(S)$ kaikkien mahdollisten alkeistapahtumien lukumäärä eli otosavaruuteen S kuuluvien alkeistapahtumien lukumäärä, ja että nämä alkeistapahtumat ovat kaikki yhtä mahdollisia. Olkoon lisäksi $n_A = n(A)$ tapahtumalle A suotuisien alkeistapahtumien lukumäärä eli joukkoon A kuuluvien alkeistapahtumien lukumäärä. Tapahtuman A klassinen todennäköisyys $\mathrm{P}(A)$ saadaan tällöin määritettyä seuraavasti:

$$\mathrm{P}(A) = \frac{n_A}{n_S} = \frac{n(A)}{n(S)}. \tag{11}$$

Klassisella todennäköisyydellä on edellä esitellyt todennäköisyyden perusominaisuudet. Mellin, 2007, s. 30–32)

Alkeistilastotieteen esityksissä on usein oletuksena, että satunnaisilmiötä koskevat havainnot ovat toisistaan riippumattomia. Monissa tilastotieteen tutkimusasetelmissa tämä oletus on kuitenkin liian rajoittava. Riippumattomuus on kuitenkin oletus, jota voidaan testata tilastollisesti. Riippumattomille tapahtumille pätee seuraava tulosääntö. Olkoot A ja B otosavaruuden S tapahtumia. Oletetaan, että tapahtuman A todennäköisyys on $\mathrm{P}(A)$, ja tapahtuman B todennäköisyys on $\mathrm{P}(B)$ sekä että tapahtumat A ja B ovat riippumattomia. Tällöin tapahtumien A ja B leikkauksen

$$A \cap B = \text{A sattuu ja B sattuu} = \{s \in S \mid s \in A \text{ ja s} \in \text{B}\} \tag{12}$$

todennäköisyys on

$$\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B). \tag{13}$$

(Mellin, 2007, s. 41)

Satunnaiskokeen eli -ilmiön tulokset eivät aina ole lukuja. Jotta satunnaisilmiötä voidaan mallintaa matemaattisesti, ilmiön tulosvaihtoehdot on osattava kuvata numeerisessa muodossa. Tällöin käytetään reaaliarvoista funktiota, joka liitetään tulosvaihtoehtoihin. Funktiota kutsutaan satunnaismuuttujaksi. Tulosvaihtoehtojen todennäköisyydet kuvataan liittämällä ne tulosvaihtoehtoja vastaaviin satunnaismuuttujan arvoihin. (Mellin, 2007, s. 118)

8.2 Tilastomatematiikan käsitteitä ja otossuureita

Tilastotiede on menetelmätiede, jonka pyrkimyksenä on kehittää menetelmiä, joiden avulla voidaan tehdä päätelmiä empiirisistä eli kokemusperäisistä ilmiöistä. Tilastollisilla menetelmillä pyritään löytämään tällaisista ilmiöistä säännönmukaiset sekä satunnaiset tekijät, arvioida ilmiöiden välisiä yhteyksiä sekä pyrkiä erottamaan ilmiöt toisistaan.

Keskilukuja
Keskiluku ilmaisee aineiston informaatiota yhdellä ainoalla luvulla. Yleisin tunnettu keskiluku on (aritmeettinen) keskiarvo $\bar{x}$ tai otoskeskiarvo. Aritmeettinen keskiarvo lasketaan summaamalla kaikkien havaintojen arvot yhteen ja jakamalla havaintojen lukumäärällä n seuraavasti:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i, \tag{14}$$

jossa x_i on kyseiseen muuttujaan liittyvä havaintoarvo. Aritmeettinen keskiarvo kertoo kyseisen muuttujan keskimääräisen arvon. (Metsämuuronen, 2009, s. 349)

Moodi on se muuttujan arvo, jota on eniten. Moodi ilmaisee minkä muuttujan arvon frekvenssi on suurin. Yhdellä aineistolla voi olla useita. Mediaani on puolestaan järjestetyn aineiston kaikkein keskimmäisin arvo tai kahden keskimmäisen puoliväli. (Metsämuuronen, 2009, s. 349–350)

Hajontalukuja
Keskiarvo on itsessään osittain harhaanjohtava suure, joka vaatii rinnalleen hajontamitan kuvaamaan poikkeamia tästä keskiarvosta. Samanlainen keskiarvo voi olla hyvinkin erilaisilla tilanteilla kuten silloin, kun havaintoarvot voivat olla hyvin lähellä jakauman keskikohtaa tai havaintoarvoista puolet on jakauman yhdessä ääripäässä ja toinen puoli toisessa ääripäässä. Ensimmäisessä tilanteessa hajonta on pieni ja toisessa suuri. Hajontaluvuista tärkein on varianssi s^2 ja tästä johdettu keskihajonta s. Molemmat luvut kuvaavat arvojen vaihtelua keskiarvon ympärillä. (Metsämuuronen, 2009, s.351–352)

Varianssi lasketaan vähentämällä keskiarvo $\bar{x}$ kustakin yksittäisestä arvosta x_i, korottamalla saadut luvut toiseen potenssiin, summaamalla kaikki keskipoikkeamat yhteen ja jakamalla (n-1):llä seuraavan kaavan mukaisesti:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}. \tag{15}$$

Kun varianssista otetaan neliöjuuri, saadaan keskihajonta. Toisin sanoen keskihajonta on se lukuarvo, joka itsensä kanssa kerrottuna antaa varianssin. (Metsämuuronen, 2009, s.352–353)

8.3 Tilastollinen testaus

Tilastollisessa testauksessa etsitään väitteitä ja oletuksia, joita halutaan testata tutkimuksen kohteena olevasta perusjoukosta. Testauksessa perusjoukosta esitettyjä väitteitä ja oletuksia verrataan havainnoista saatavaan informaatioon. Väitteet tai oletukset puetaan perusjoukon ominaisuutta kuvaavaa todennäköisyysjakaumaa tai sen parametreja koskeviksi hypoteeseiksi. (Metsämuuronen, 2009, s. 56)

Hypoteesien avulla voidaan testata väitteitä. Ne ovat hyviä silloin kun niiden avulla voidaan arvioida väitteiden paikkansapitävyyttä eli pätevyyttä. Perussääntönä on yleensä se, että hypoteesin asettaminen edellyttää aiempaa tutkimusta tai yleistä tietoa siitä, millainen on oletettu tutkimuksen tulos. (Metsämuuronen, 2009, s. 435)

Tutkija voi lähteä liikkeelle nollahypoteesista, H_0, tai vastahypoteesista, H_1, jota voidaan kutsua myös vaihtoehtoiseksi hypoteesiksi. Nollahypoteesilla tarkoitetaan yleisesti sellaista luonnontilaa, käsitystä, mielipidettä tai väittämää, josta ollaan valmiita luopumaan: ”Sovellustehtävien hyödyntämisellä ei ole yhteyttä opiskelijoiden oppimismotivaatioon”. Kuten esimerkissä, yleensä nollahypoteesi väittää: ”Ei ole yhteyttä” tai ”Ei ole eroa”. Vastahypoteesi puolestaan on oma väite, jolle haetaan tukea aineistosta kuten ”Sovellustehtävät lisäävät opiskelijoiden oppimismotivaatiota”. Se on muotoa ”ei ole sama” tai ”on eroa”. Oma hypoteesi perustuu ensisijaisesti aikaisempiin tutkimuksiin, joita aihepiiristä on olemassa tai ihmistieteissä yleisiin psykologian tai sosiologian teorioihin. (Metsämuuronen, 2009, s. 435–436)

Hypoteesien testaamisen ajatuksena on se, että vain toinen hypoteeseista on oikea. Jos nollahypoteesi jää voimaan, vastahypoteesi oli väärä ja päinvastoin. (Metsämuuronen, 2009, s. 438) Yksinkertainen hypoteesi voidaan ilmaista seuraavasti:

$$H_0\colon \theta = \theta_0, \tag{16}$$

missä θ kuvaa tuntematonta parametria ja hypoteesin mukaan parametrilla θ on arvo θ_0. Tällöin vastahypoteesi voidaan muotoilla kolmella eri tavalla, joko yksisuuntaiseksi:

$$H_1\colon \theta > \theta_0 \tag{17}$$

$$H_1\colon \theta < \theta_0 \tag{18}$$

tai kaksisuuntaiseksi

$$H_1\colon \theta \neq \theta_0. \tag{19}$$

(Metsämuuronen, 2009, s. 436–437; Mellin, 2006, s. 130–132)

Nollahypoteesi ja vastahypoteesi eivät ole samanarvoisia. Vastahypoteesin todeksi osoittaminen vaatii tiukemmat kriteerit kuin nollahypoteesin. Koska jokaisessa keskiarvossa ja tunnusluvussa oin satunnaisuuden aiheuttamaa vaihtelua, poikkeamat yleisestä keskiarvosta halutaan selittää aina ensin tällä satunnaisuuden aiheuttamalla vaihtelulla. Nollahypoteesin virheellinen hylkääminen pyritään tekemään mahdollisimman pieneksi.

Vain kyllin suuret poikkeamat keskiarvoerot havaitussa aineistossa voidaan sanoa johtuvan muusta kuin satunnaisvaihtelusta. Ensimmäisen lajin virhe tapahtuu nimenomaan silloin, kun nollahypoteesin hylätään sen ollessa tosi. Toisen lajin virheessä puolestaan nollahypoteesi hyväksytään silloin, kun se on epätosi. (Metsämuuronen, 2009, s. 438–439)

Korrelaatio

Kahden muuttujan välisen yhteyden tärkein indikaattori on korrelaatio. Muuttujat voivat korreloida positiivisesti: tällöin ensimmäisen muuttujan arvon ollessa korkea myös toisen muuttujan arvo on korkea. Korrelaatio voi olla myös negatiivinen, jolloin ensimmäisen muuttujan korkeilla arvoilla toisella muuttujalla on pieniä arvoja. Muuttujien välillä ei välttämättä ole yhteyttä, jolloin ne eivät korreloi. (Metsämuuronen, 2009, s. 368)

Kun kyse on otoksesta, Pearsonin tulomomenttikorrelaatiokerrointa merkitään kirjaimella r tai r_{xy}, jossa alaindeksit viittaavat kyseisiin muuttujiin. Sitä nimitetään yleisesti vain korrelaatioksi ja se lasketaan seuraavasti:

$$r_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}} \tag{20}$$

missä σ_{xy} tarkoittaa X:n ja Y:n välistä kovarianssia ja σ_i^2kyseisen muuttujan hajontaa. Muuttujien kovarianssi σ_{xy} lasketaan

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}), \tag{21}$$

ja esimerkiksi σ_x^2 lasketaan

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2, \tag{22}$$

missä N on otoskoko ja $x_i - \bar{x}$ kuvaa poikkeamaa keskiarvosta. (Metsämuuronen, 2009, s. 369)

Korrelaatiokerroin saa arvoja välillä $[-1, 1]$. Mitä lähempänä korrelaatiokerroin on nollaa sitä vähemmän muuttujien välillä on yhteyttä. Tilastollisesti merkitsevä ero nollasta riippuu pitkälti otoskoosta. Usein ihmistieteissä päästään korkeintaan 0,80 korrelaatioihin. Korrelaatiota voidaan kuvata sanallisesti ”erittäin korkeaksi”, jos sen arvo vaihtelee välillä 0,80–1. Korrelaatio on puolestaan ”korkea” välillä 0,60–0,80 ja ”melko korkea tai ”kohtuullinen” välillä 0,40–0,60. Otoskoolla 30 pitäisi olla 0,36 suuruinen korrelaatio, jotta sen voitaisiin sanoa eroavan nollasta tilastollisesti merkittävästi. (Metsämuuronen, 2009, s. 370)

Korrelaatiokertoimen hyvyyttä voidaan arvioida myös sen selitysosuuden laskemisella. Kyseessä on korrelaatiokertoimen neliö $r_{xy}{}^2$. Selitysosuus kuvaa sitä, kuinka paljon kaksi muuttujaa voivat selittää toisiaan eli kuinka suuri osuus muuttujan vaihtelusta on selitettävissä toisen muuttujan avulla. Jos esimerkiksi korrelaatiokerroin on 0,90, selitysosuus on $r^2 = 0{,}90^2 = 0{,}81$ eli 81 %. Muuttujien välillä on tällöin hyvin merkittävä yhteys ja ne kykenevät selittämään toisistaan 81 %. Jos selitysosuus on alle 50 %, muuttujat eivät pysty selittämään puoliakaan toisistaan. (Metsämuuronen, 2009, s. 371)

9 TEKNIIKAN SOVELLUKSIEN KARTOITTAMINEN GEOMETRIAN KURSSIN MATERIAALIKSI

Matematiikan soveltamisesimerkkien kartoittamista tekniikan alalta rajasi ensisijaisesti kurssi, jonka toteutuksen aikana empiirinen aineisto tultiin keräämään. Tämä kurssi oli lukion pitkän matematiikan geometrian kurssi (MAA3).

Lukion opetussuunnitelman perusteiden mukaan kurssin tavoitteina on, että opiskelija harjaantuu hahmottamaan ja kuvaamaan tilaa sekä muotoa koskevaa tietoa sekä kaksi- että kolmiulotteisissa tilanteissa. Lisäksi opiskelija harjaantuu muotoilemaan ja perustelemaan ja käyttämään geometrista tietoa käsitteleviä lauseita sekä ratkaisemaan geometrisia ongelmia käyttäen hyväksi kuvioiden ja kappaleiden ominaisuuksia, yhdenmuotoisuutta, Pythagoraan lausetta sekä suora- ja vinokulmaisen kolmion trigonometriaa. Keskeisinä sisältöinä ovat: kuvioiden ja kappaleiden yhdenmuotoisuus; sini- ja kosinilause; ympyrän, sen osien ja siihen liittyvien suorien geometria; kuvioihin ja kappaleisiin liittyvien pituuksien, kulmien sekä pinta-alojen ja tilavuuksien laskeminen. Näistä täysin uusina asioina peruskoulusta ovat sini- ja kosinilause. (Opetushallitus, 2003, s. 165)

9.1 Kysely kiinnostuksen kohteista

Tekniikan sovellusesimerkkien kartoittamista varten toteutettiin ensin kysely kaikille lukion ensimmäisen vuosiluokan opiskelijoille. Kyselyllä pyrittiin selvittämään oppilaiden kiinnostuksen kohteita ja jatko-opintosuunnitelmia. Koska tekniikan ala on varsin laaja, pyrittiin kyselyn avulla rajaamaan tekniikan aloja, joista kartoitusta alettaisiin tehdä. Toteutettu kysely on liitteessä A. Sovellustehtävien kartoitusvaiheessa ei vielä tiedetty tarkasti ketkä ilmoittautuvat tulevaan kurssitoteutukseen. Sen vuoksi kysely tehtiin kaikille ensimmäisen vuoden opiskelijoille.

Kyselyyn vastasi 68 opiskelijaa 85 opiskelijasta. On huomionarvoista, että 27 opiskelijaa vastanneista olivat Matek-linjan opiskelijoita. Linjalla painotetaan matematiikkaa ja tekniikkaa. Linjalle haetaan erikseen, jolloin päättötodistuksen matematiikan ja äidinkielen arvosanoja painotetaan kahdella. (Tampereen teknillinen lukio, 2015) Matek-linjalaisia oli vastaajista 45 %, minkä olettaisi näkyvän tuloksissa. Seuraavassa käsitellään kyselyyn saatuja vastauksia kysymysten järjestyksessä.

Kysymyksissä 1 ja 2 pyydettiin opiskelijoita kertomaan lukion jälkeisistä ammattisuunnitelmistaan. 8 opiskelijaa ei maininnut minkäänlaista vaihtoehtoja kysymyksiin 1 ja 2. 11 opiskelijaa mainitsi alan, ammatin tai työkuvan kysymykseen 2, vaikka ei osannut vielä vastata kysymykseen 1. Näitä vastauksia olivat: elektroniikka-ala, tekniikan ala, liikunnan ala, urheilukaupan myyjä, ihmisten kanssa työskentely, työ armeijassa, autoala, toimistotyö, IT-ala, elokuva-ala tai kiinteistövälittäjä. 49 opiskelijaa eli lähes 82 % vastaajista suunnittelee hakeutuvansa lukion jälkeen jatko-opintoihin. 26 opiskelijaa suunnittelee yliopisto-opintoja ja 9 ammattikorkeakouluopintoja. Muut (14) mainitsivat aihepiirin, jota haluaisivat opiskella tai näkivät sekä yliopiston että ammattikorkeakouluopiskelut mahdollisina.

Yliopistossa mainittuja aloja tai koulutuksia olivat (suluissa lukumäärä, jos useampi kuin yksi on vastannut samaa) teatteriala, media-ala, filosofia, psykologia (2), lääketiede (2), farmasia, teknillinen ala (5), tietotekniikka (2), matematiikka/fysiikka, oikeustiede (2), lennonjohto. Lisäksi kaksi mainitsi kiinnostumisestaan opiskella ulkomaisessa yliopistossa. Ammattikorkeakouluista erikseen mainittuja aloja tai koulutuksia olivat kaupallinen ala (3), insinööri (2) ja maanpuolustusala. Ne, jotka eivät maininneet vastauksessaan tarkemmin koulutusastetta, mainitsivat seuraavia aihepiirejä: teknillinen ala, matematiikka/fysiikka/kemia (3), ohjelmointi (2), tietotekniikka (2), talotekniikka, autoala, laboratorioala, eläinlääketiede, myyntiala, peliala, liikunta ja psykologia. Yksi mainitsi jatkosuunnitelmanaan armeijan, ja yksi piti jääkiekon pelaamista vaihtoehtoisena. Alat olivat hyvinkin laidasta laitaan, mutta tekniikkaan liittyvä ala mainittiin lähes puolessa 48 % näistä ammatteihin ja aloihin liittyvissä vastauksissa.

Kysymyksessä 3 kysyttiin harrastuksia, sillä odotuksella, että joukosta löytyisi teknillistä harrastuneisuutta. Kyselyyn vastaajista suurin osa kertoi harrastavansa liikuntaa, kirjojen lukemista, musiikin kuuntelemista tai muuta vastaavaa opiskelua tasapainottavaa. Mielenkiintoista oli, että 16 mainitsi tekniikkaan liittyvän kiinnostuksen tai harrastuksen kuten koneet, tietokoneet, ohjelmointi, luonnontieteet tai moottoriajoneuvot tai yleisesti tekniikka ja teknologia. Kaksi mainitsi harrastukseksi tietokoneen käytön, joten sitä ei luettu edellisten joukkoon. Tietokoneisiin liittyvä kiinnostus tuli selvästi esiin jo tässä vaiheessa.

Viimeisenä tehtävänä tuli alleviivata sellaisia tekniikan aloja, jotka kiinnostivat eniten. Usealle tämä oli ilmeisen hankalaa eikä moni ollut alleviivannut kuin kolme. Perusteluja ei välttämättä ollut tai perusteluina mainittiin: *kuulostaa* kiinnostavalta, en osaa sanoa tai mikään ei kiinnosta erityisemmin. Tämän kaltaisia, hyvin löyhiä perusteluja tai ei ollenkaan -perusteluja oli suurin osa, 48 kpl eli 71 % vastaajista. Osa oli selvästi valinnut tutummanoloisia aloja ja perusteli valintaansa sillä. Toiset olivat perustaneet vastauksensa vanhempiensa työaloihin. Osalla oli selvempi näkemys kiinnostuksistaan ja jatko-opinnoistaan, ja vastaukset oli osattu perustella paremmin. Vastauksessa sai numeroida vaihtoehdot kiinnostavimmasta vähiten kiinnostavaan. Koska vain harvat tekivät numeroinnin, päätettiin, että jokainen alleviivattu ala saa yhtä suuren arvon, joten vastauksia ei painotettu. Perustelujen puute tai niiden pätevyys eivät myöskään lisänneet vastausten painoarvoa.

Vastauksista ilmeni, että yliopistoalat kiinnostivat selvästi eniten, mikä oli havaittavissa jo avoimissa kysymyksissä. Aloja ryhmiteltiin suuremmiksi kokonaisuuksiksi, jolloin voitiin poimia esiin viisi kiinnostavaa aihealuetta. Tietotekniikka oli suosituin ala. Siihen liitettiin myös ohjelmistotekniikka. Kemian ala oli kolmanneksi suosituin. Siihen liitettiin biotekniikka ja laboratorioala, jolloin suosio oli lähes yhtä suuri kuin tietotekniikan alalla. Näistä kahdesta tulivat selvästi suosituimmat aihepiirit. Sähkön ja elektroniikan alat saivat toisen sijan rakennustekniikan ja arkkitehtuurin kanssa. Seuraavana tulivat mediatekniikka ja luonnontieteet. Näiden pohjalta päätettiin ottaa selvää löytyisikö sopivia geometrian sovellusesimerkkejä seuraavilta aloilta: kemia, tietotekniikka, sähkö- ja elektroniikkatekniikka sekä rakennustekniikka ja arkkitehtuuri. Koska työn alussa oli ajatuksena tuoda joitakin esimerkkejä konetekniikasta, päätettiin se säilyttää mahdollisena hyödynnettävänä aihepiirinä. Aiheeseen oli tutustuttu jo aiemmin, ja tiedossa oli, että alalta löytyy hyvä geometrian esimerkkejä.

9.2 Tekniikan sovelluksien kartoitustavat

Tutkimukseen kuului valmistaa matematiikkaa soveltavia tehtäviä, jotka tulevat tekniikan aihepiiristä. Tätä vasten pyrittiin ottamaan selvää edeltävässä luvussa valituista eri aloista. Koska tavoitteena oli järjestää vierailu yliopistoon tai ammattikorkeakouluun, sovellustehtävien kartoituksessa huomioitiin mahdollisuudet liittää ne esittelykohteeseen. Selvitystyötä tehtiin tutustumalla eri aineiden oppikirjoihin ja poimimalla sieltä esiin tulleita geometriaan liittyviä seikkoja. Tässä vaiheessa oli jo havaittavissa, että geometriaan liittyviä tehtäviä on löydettävissä melko vaivattomasti, mutta usein niiden ymmärtäminen vaatii laajempaa tietämystä kuin yksinkertainen, euklidinen geometria.

Oppikirjojen lisäksi haettiin sopivia kontakteja Tampereen teknillisestä yliopistosta ja Tampereen ammattikorkeakoulusta. Haluttiin saada selville, minkälaisia geometrisia haasteita eri aloilla tulee vastaan. Samoin pyrittiin järjestämään yhteistyössä myös lukiovierailu.

Yhteydessä oltiin lisäksi tuttaviin, jotka työskentelivät teknisillä aloilla. Heidän avullaan pyrittiin selvittämään, minkälaisissa asiayhteyksissä he ovat tarvinneet geometrian osaamista. Näin olisi mahdollista laatia lähellä todellisuutta olevia tehtäviä ja saada kosketusta työelämään. Varsinaisiin yrityksiin ei kuitenkaan otettu yhteyttä vaan rajauduttiin omaan tuttavapiiriin, sillä ensisijaisesti materiaalin oli tarkoitus sisältyä korkeakouluissa ja yliopistoissa esiin tuleviin sovelluksiin.

Yliopiston ja korkeakoulun henkilökunnan saavuttaminen oli varsin haasteellista. Monet opettajat olivat kiireisiä, ja vastaukset saattoivat olla kovin ylimalkaisia. Haasteellisuus ilmeni myös siinä, että yhteyshenkilöiltä saadut tehtävät olisivat vaatineet jo vektoreiden tai ainakin analyyttisen geometrian hallitsemista. Pulmallisuutta lisäsi se, että asiantuntijan oli vaikea eritellä tarvittavaa matematiikan osaamista alastaan. Olisi tarvittu näkemystä siitä, mitä eri aihealueita lukion geometrian kurssiin sisältyi, vaikka näistä asioista kerrottiinkin. Siten esimerkit saattoivat rajoittua esimerkiksi vain trigonometriaan.

Selvitystyö oli silti myös hedelmällistä. Vaikka aina ei pystytty suoraan löytämään sovellusesimerkkiä, saatettiin antaa hyviä vinkkejä siitä, mihin kirjallisuusmateriaaliin kannattaa edelleenkin tutustua. Tapaamisen järjestyessä keskustelun myötä saatettiin löytää aihepiiri, josta oli muotoiltavissa sopiva esimerkki.

Esimerkkitehtävien valitsemisen lähtökohtana oli, että ne jakautuisivat opiskelijoille teetetyn kyselyn mukaisesti niin, että tietotekniikan ja kemian tehtäviä olisi eniten, sähkö- ja elektroniikkatekniikasta toiseksi eniten ja rakennustekniikasta ja arkkitehtuurista loput. Kartoitustyön edetessä huomattiin, että kemian ja rakennustekniikan aloilla on selvästi helpommin muotoiltavissa euklidiseen geometriaan soveltuvia tehtäviä. Sähkötekniikan, elektroniikan ja tietotekniikan aloilla oli hankalaa muodostaa tehtäviä, joiden ratkaisussa käytetään hyväksi vain euklidista geometriaa. Siten tehtäväkokonaisuus muodostui pikemminkin niistä tehtävistä, jotka olivat näiltä aloilta. Kemian tehtäviä oli kaikkein eniten. Lisäksi tehtäviä laadittiin myös konetekniikasta, jotta kokonaisuus olisi monipuolinen. Seuraavassa esitellään eri aloihin liittyvää kartoitustyötä ja sen tuloksia. Kartoitustyö ei missään tapauksessa ollut niin laaja, että se kattaisi koko aihepiirin geometriset aiheet. Kartoituksessa pyrittiin löytämään olennaisia tai kiinnostavia aiheita. Seuraavissa luvuissa esitellään alakohtaisesti kartoituksen eri vaiheita.

9.2.1 Tietotekniikka

Kun tietotekniikan alan opettajilta tai asiantuntijoilta kysyttiin geometrian sovelluksia, saatiin varsin niukkoja vastauksia. Vastaukset johdattivat kuitenkin tutkimaan tietokonegrafiikkaa. Geometriaa hyödynnetään tietotekniikassa erityisesti tietokonegrafiikassa, joka tarkoittaa keinotekoisten kuvien tuottamista tietokoneen avulla. 3D-grafiikkaa hyödynnetään työkaluna nykyisin monentyyppisissä suunnittelutehtävissä. Asuinrakennuksia, teollisuuslaitoksia, julkisia tiloja tai kaupunkia koskevia suunnitelmia voidaan luoda ja visualisoida ensin keinotekoisten mallien avulla. Näin voidaan arvioida suunnitelmien toimivuutta ennen kuin ryhdytään kalliiseen ja pitkäaikaiseen rakennustyöhön. Lääketieteen kuvantamismenetelmät (esim. magneettikuvaus) tuottavat ihmiskehosta kolmiulotteista tietoa, jota 3D-grafiikan avulla voidaan havainnollistaa. Muissakin tieteissä voidaan samalla tavalla havainnollistaa virtauksia, sähkökenttiä tai ilmakehän ilmiöitä. Simulaattoreiden avulla voidaan turvallisesti harjoitella laitteiden ja kulkuvälineiden ohjaamista ja erilaisia hätätilanteita ennen kuin siirrytään ohjaamaan todellista laitetta. Elokuvissa ja mainoksissa 3D-grafiikka on jatkuvasti mukana. Pelit ovat myös keskeinen 3D-grafiikan sovellusalue. (Puhakka, 2008)

Tietokonegrafiikassa käsitellään tietoa geometrisista kohteista. Ne sijaitsevat pääsääntöisesti kaksi- tai kolmiulotteisissa avaruuksissa. Tärkeimpiä käsitteitä ovat muun muassa pisteet, vektorit, suorat, säteet, viivasegmentit, tasot, monikulmiot, käyrät ja pinnat. Lisäksi keskeistä ovat näiden käsitteiden operaatiot kuten pisteiden erotus ja vektorioperaatiot. Tehokkuussyistä tietokonegrafiikassa vältetään yleensä käyttämästä trigonometrisiä funktioita ja kulmia. Sen sijaan sovelluksia ja algoritmeja varten pyritään hyödyntämään vektoreita ja matriiseja. (Puhakka, 2008)

Usein toistuva geometrinen ongelma, jota tietokonegrafiikassa joudutaan ratkaisemaan, on leikkaavatko annetut geometriset kappaleet toisensa, ja mikä on niiden leikkauskohta. Käytännön ongelmina voi olla esimerkiksi törmääkö liikkuva kappale johonkin esineeseen, mihin kappaleeseen katsojan silmästä lähtenyt näkösäde ensimmäisenä osuu tai mitä kappaletta käyttäjä osoitti klikatessaan hiirellä tiettyä kohtaa tietokoneen ruudulla. (Puhakka, 2008)

Kuten edellisestä käy ilmi, aihepiiri nojautuu ymmärrykseen vektoreista ja matriiseista. Vaikeutensa vuoksi mahdolliset tietokonegrafiikan tehtävät karsiutuivat yhteen. Tietokonegrafiikkaan tutustuttaessa kolmiointi vaikutti kiinnostavalta. Tähän liittyen löytyi myöhemmin tehtävä, joka liittyi kosketusnäyttöön ja sivusi siten tietotekniikkaa.

Näiden kahden tehtävän lisäksi keskusteltiin elektroniikan ja tietoliikennetekniikan tutkijatohtori Yaning Zoun kanssa. Hän kertoi, että tietoliikennetekniikassa on erittäin tärkeää ymmärtää kosinilause, koska sitä hyödynnetään paljon. Kosinilausehan oli geometrian kurssin yksi keskeinen asia. Tämän ympärille tutkijatohtori Zou laati kaksi tehtäväesimerkkiä, joista toinen muokattiin geometrian kurssia varten. Kyseistä tehtävää ei ratkaistaisi todellisessa elämässä, mutta se havainnollistaa periaatetta, jota tutka käyttää määrittäessään tutkittavan kohteen sijaintia. Toinen tehtävä, jota lopulta ei hyödynnetty, liittyi aihepiiriltään gps-paikannukseen. Tähän tehtävään olisi olut mielekästä osata analyyttistä geometriaa. Tehtävää olisi pitänyt yksinkertaistaa, jolloin aitous ja ratkaisun järkevyys olisivat kärsineet.

9.2.2 Kemian tekniikka

Kemian tekniikan aihepiiri on laaja. Muutkin tekniikan alat hyödyntävät sitä. Oma asiantuntemuksenikin vaikutti siihen, että löytyi nopeasti hyviä lähteitä, joista saattoi ammentaa ideoita. Geometrian merkitys oli havaittavissa atomien, molekyylien, yhdisteiden ja muussa aineen rakenteiden mallinnuksessa.

Tampereen teknillisen yliopiston kemian laitoksella työskentelevien yliopistolehtoreiden kanssa keskusteltiin kemian sovelluksista ja selvitettiin mahdollisuutta lukiovierailuun. Kemian laitos tekee yhteistyötä muun muassa Tampereen klassillisen lukion kanssa lukion luonnontieteen valinnaisessa kurssissa. Tämän kurssin sisältö ei kuitenkaan ollut hyödynnettävissä geometrisia esimerkkejä silmällä pitäen.

Kemian laitoksen laboratorioissa vierailee useiden lukioiden luokkia. Tällöin tehdään yksinkertaisia laboratoriotöitä, mutta niistäkään ei löytynyt sopivaa geometriaan liittyvää harjoitusta. Geometrian kurssiin sisältyvää sopivaa toteutustapaa ei vierailukohteesta löytynyt, mutta yliopistonlehtori Terttu Hukan kanssa käydyssä keskustelussa muodostui kuitenkin idea kruunueetterien tasomalliin liittyvästä tehtävästä. Aiheeseen paneuduttaessa saatiin laadittua tehtävä geometrian kurssia varten.

Kemian aihepiirin innoittamana otettiin yhteyttä myös materiaalitekniikan laitokseen. Materiaalitekniikassa hyödynnetään myös paljon fysiikkaa, joka luonnontioeteisiin kuuluvana myös kiinnosti opiskelijoita. TTY:n materiaalitekniikan laitos järjestää vuosittain vierailupäiviä Tampereen ja sen ympäristökuntien lukioille yhteistyössä Teknologiateollisuus ry:n kanssa. Vierailupäivissä tutustutaan laitoksen laboratorioihin. Haluttiin selvittää löytyisikö eri laboratorioihin liittyen geometrinen sovellusesimerkki ja sopiva aihepiiri vierailun järjestämiseksi geometrian kurssin yhteyteen. Vierailujen kautta saatiinkin jonkin verran ideoita mahdollisista sovellusesimerkeistä ja vierailukohteista. Aihepiireihin tutustuttiin syvemmin, jotta voitiin tarkemmin sunnitella mahdollista vierailua.

Eri laboratorioiden tutkimusaiheisiin syventymisen aikana kehittyi idea röntgendiffraktometriin liittyvästä tehtävästä, jossa määritettäisiin tuntemattoman aineen materiaali. Vastausta varten tehtäisiin röntgendiffraktiomittaus sekä määritettäisiin aineen tiheys. Tehtävän taustalla tulisi ymmärtää Braggin lakiin liittyvää geometriaa sekä kiteisen aineen rakennemalli. Yhteyshenkilön kanssa keskusteltaessa saatiin lisää ymmärrystä kiteisten aineiden rakenteista ja siitä minkälaisia atomitasoja röngendiffraktometri havaitsee. Tästä kehittyi kolmiulotteisten kappaleiden tasoleikkauksiin liittyvä tehtävä.

Vierailua varten alkuperäistä ideaa muokattiin niin, että tiheyden määrittäminen poistettiin. Tuntemattoman aineen sijaan tarkoituksena oli selvittää mikä neljästä annetusta materiaalivaihtoehdosta olisi omaa mittaustulosspektriä vastaava materiaali. Vierailutehtävästä ja itse vierailusta on kerrottu enemmän luvussa 11.2. Koska vierailua varten suunniteltu tehtävä oli haasteellinen, päätettiin, että opiskelijat voisivat jo etukäteen tutustua kolmeen tehtävään, jotka liittyivät vierailuun. Tämän vuoksi kemiaan liittyviä tehtäviä oli enemmän kuin muita.

Kemiaan liittyen otettiin myös yhteyttä Tampereen ammattikorkeakoulun laboratorioalan opettajiin, sillä laboratorioala oli ollut opiskelijoista kiinnostava. Opettajien mukaan geometria ei ole kovin hallitseva matematiikan aihealue, jota opiskelijat tarvitsisivat. Ammattikorkeakoulun kautta ei siten löytynyt mitään hyödynnettäviä esimerkkejä.

Yhteydessä oltiin myös tuttavaan, Saija Väisäseen, joka työskenteli teknologian tutkimuskeskuksessa ja hyödynsi omissa töissään kemian tutkimusmenetelmiä. Hänen kauttaan saatiin laadittua yksi tehtävä, joka jätettiin varalle. Tehtävä oli varsin yksinkertainen. Se sopisi paremmin peruskoulun esimerkkitehtäväksi. Myöhemmin geometrian kurssin toteutuksessa tehtävä kuitenkin otettiin mukaan toisen tehtävän tilalle, sillä opiskelijat kaipasivat palautteiden perusteella helppoa tehtävää (luku 11.1).

9.2.3 Sähkötekniikka ja elektroniikka

Sähkötekniikan aihepiiristä ei itsenäisesti eri oppikirjoihin tutustumalla löytynyt mitään sopivaa geometrian kurssia varten. Tällä kertaa yhteyttä otettiin Tampereen ammattikorkeakoulun ja yliopiston lehtoreihin. Alan osaajilta saatiin ideoita siitä, millaista geometriaa sähkötekniikassa on hallittava. Sähkötekniikassa geometriaa tarvitaan paljon. Vastuksen resistanssi on suoraan verrannollinen pituuteen ja kääntäen verrannollinen poikkipinta-alaan. Tähän ei kuitenkaan löydetty sopivaa asiayhteyttä. Sen sijaan kehittyi tehtävä, jossa pitkän johtimen aiheuttaman magneettikentän voimakkuus tuli määrittää säteen ja kokonaisvirran funktiona johtimen sisällä ja ulkona. Näin voitaisiin tutkia sitä, miten kauaksi johtimesta tulisi viedä mittalaite, joka häiriintyy magneettikentästä. Toinen aihepiiri tähän tehtävään voisi rakentua siitä, miten lähellä pitkiä voimalinjajohtoja on järkevää oleskella.

Sähköinen vuorovaikutus on pohjimmiltaan mekaanista. Siten kaikki voimien suuntaan ja komponentteihin liittyvät laskut voidaan myös teettää sähköopin kehyksessä. Näihin liittyvät tehtävät vaativat pääsääntöisesti vektoreiden hallitsemista ja ymmärtämistä kuten mekaniikka tai statiikkaa. Tehtävät tulisi muotoilla niin yksinkertaisiksi, että ratkaisuun tarvittaisiin vain trigonometriaa. Koska trigonometriaan liittyviä tehtäviä oli jo laadittu, tehtävä jätettiin laatimatta.

Samankaltainen haaste oli vaihtosähkötekniikassa ja signaalinkäsittelyssä, joissa käytetään hyväksi paljon kompleksilukuja. Tehtävät olisivat sellaisina vaatineet sitä, että tutustutaan osoitinlaskentaan ja kompleksitasoon. Sellaisina tehtävät soveltuisivat paremmin analyyttisen geometrian kurssiin kuin kyseiseen kurssiin, jossa käsitellään lähinnä euklidista geometriaa.

Sähkölaitteiden mitoituksessa tulee usein vastaan geometrisia kysymyksiä. Esimerkiksi sähkömoottorin roottorin valmistuksessa sylinterin pintaan jyrsitään akselia pitkin säteen suuntainen, tasalevyinen ja -pohjainen ura. Geometrisena ongelmana olisi määrittää kuinka paljon metallia poistettiin. Tehtävä olisi vaativuudeltaan ja geometrian aihepiiriltään sopiva kurssia varten, mutta ongelmana on enemmänkin konetekniikan tai tuotantotekniikan ongelma. Tämän kaltainen tehtävä kyllä laadittiin tuotantotekniikan aihepiiristä, mutta näin jälkikäteen ajatellen, sen olisi voinut sitoa juuri sähkötekniikkaan.

Edellisten lisäksi suunnitelmissa oli sinilauseeseen tai kosinilauseeseen liittyvä tehtävä, jonka aihepiiri olisi mahdollisesti voinut tulla kapasitiivisen kosketusnäytön toimintaperiaatteesta. Idea oli paikantaa tasossa kahden erimerkkisen pistevarauksen synnyttämää nollapotentiaalipintaa, mutta tehtävä osoittautui jo suunnitteluvaiheessa turhan hankalaksi ja teoreettiseksi. Ajatus tehtävästä, jonka aihepiiri tulisi kosketusnäytöstä, jäi kuitenkin kytemään. Siitä syntyi optisen kosketusnäytön tehtävä, josta kerrottiin luvussa 9.2.1.

Sähkötekniikan alalla toimiva sähkötekniikan insinööri ei kyselyn mukaan kokenut tarvinneensa geometriaa kovinkaan merkittävästi työtehtävissään. Sitä kautta ei siten löytynyt mitään hyödynnettäviä esimerkkejä.

9.2.4 Rakennustekniikka ja arkkitehtuuri

Rakennustekniikan alalta on oletettavissa paljonkin geometriaan liittyviä esimerkkejä. Siksi tätä kartoitustyötä alettiin tehdä luottavaisin mielin. Kirjallisuutta tutkittiin jonkin verran, mikä vahvisti oletuksen geometrian tarpeellisuudesta. Ideoita tehtäviin oli esimerkiksi oleskeluvyöhykkeen määrittäminen erikoisen muotoisessa huoneessa, jonka ulkomitat tunnetaan. Tällaista voitaisiin tarvita sisäilman laadunvarmistamisen yhteydessä, jolloin huoneen tai oleskeluvyöhykkeen tilavuus tulisi määrittää? Toinen esimerkki, joka oli suunnittelupöydällä, oli meluseinän sijainnin ja korkeuden määrittäminen tietyillä rajaehdoilla moottoritien ja asuinalueen välille. Tehtäviin sopivia, aitoihin tilanteisiin sopivia määreitä ei kuitenkaan ollut helppoa löytää. Tehtäviin haluttiin toden tuntua. Yhteyshenkilöitä pyrittiin löytämään sekä ammattikorkeakoulusta että yliopistolta, mutta ammattilaisten vastaukset olivat kovin yleisellä tasolla. Mitään esimerkkinä toimivaa, yksittäistä ongelmakohtaa ei tuotu esiin tarkemmin tai kommentoitu.

Arkkitehtiopiskelijoilla on aiemmin ollut varsinaisia matematiikan geometriaopintoja, mutta nyt pienoismallien tekeminen ja CAD-mallinnus tietokoneella ovat geometrisin osa arkkitehtiopinnoissa. Geometriaa pidettiin olennaisena osana asuntojen ja rakennetun ympäristön suunnittelussa, mutta arkkitehdin lähestymistapa on enemmän ”taiteellinen” kuin matemaattinen. Arkkitehtiopiskelijoiden matematiikan pääsykokeissa on silti runsaasti geometrian tehtäviä. Usein vähintään kolme viidestä tehtävästä on viime vuosina liittynyt vahvasti geometriaan. Näistä oli apua tehtävien ideoinnissa ja muotoiluissa.

Kolme tehtävää, jotka tämän aiheen tiimoilta syntyi, saivat vaikutteita vanhoista pääsykokeista. Pääsykoetehtäviin tutustumisen vinkki saatiin ammattikorkeakoulun yhteyshenkilöltä. Siten rakennustekniikkaan liittyviin tehtäviin (sekä muihin tekniikan alan tehtäviin) tutustuttiin ammattikorkeakoulun tekniikan alojen pääsykokeen kautta. Näistä löytyi joitakin mahdollisia esimerkkejä kuten tehtävä, jossa piti laskea kattorakenteen päädyn pinta-ala. Pääty muodostui harjan molemmin puolin olevista puolisuunnikkaista, joiden sivujen pituudet oli osittain annettu. Lisäksi oli mainittu toisen harjan kaltevuudeksi 1:3 ja toisen 3:7. Pinta-ala -lasku oli tasogeometrinen, ja ratkaisuun oli mahdollista päästä suoraviivaisesti. Tehtävään olisi kaivannut kontekstia. Miksi tarvittaisiin tieto päädyn pinta-alasta? Olisiko muita syitä kuin materiaalin määrän laskeminen esimerkiksi lupahakemusta varten? Suurin osa tehtävistä oli kovin lähellä sellaisia tehtäviä, joita oppikirjoissa on. Ilman tarkempaa aihekehystä, tehtävät jäivät laatimatta loppuun asti. [sähköposti]

9.2.5 Muiden aihepiirien tehtävät

Edellä esiteltyjen kartoitusten pohjalta valmistui 11 tehtävää. Näiden lisäksi tuttavalta, joka on mukana aurinkokennoihin liittyvässä tutkimuksessa, saatiin idea tehtävään, jossa määritetään sopivan kokoista kontaktipintaa aurinkokennoon (liite B tehtävä 5). Kun aiheeseen tutustuttiin vähän lisää, saatiin tehtävä laadittua loppuun asti. Aihepiirin tutkimisen myötä syntyi myös idea toisesta tehtävästä, joka liittyisi aurinkopaneeleihin ja niiden sijoittamiseen. Tämä oli lähempänä käytännön elämää kuin yrityselämää, mutta sopi kokonaisuuteen ja toimi aiheparina edelliselle tehtävälle.

Näiden kahden tehtävän lisäksi laadittiin toiset kaksi tehtävää kone-/tuotantotekniikan aihepiiristä. Tämä aihepiiri valittiin oman harrastuneisuuden perusteella. Tehtävät valmistettiin yhteistyössä Tampereen ammattikorkeakoulun lehtoreiden kanssa. Samalla tutustuin myös tuotekehityslaboratorioon, josta mahdollistui vierailuyhteistyö. Suunnittelimme vierailua varten kaksi yksinkertaista trigonometrian tehtävää tuotekehityslaboratoriossa tehtäväksi ja yhden tehtävän konetekniikan laboratorion vierailuja varten. Vierailua Tampereen ammattikorkeakouluun käsitellään tarkemmin luvussa 11.3.

9.3 Valmistettu materiaali: tutkimustehtävät

Geometrian kurssin toteutukseen valittuja tehtäviä oli lopulta 16 kpl. Näistä muodostettiin alun perin yhteensä 15 tutkimustehtävää kurssia varten siten, että kaksi tehtävää oli yhden tutkimustehtävän A ja B kohdat (liite B tehtävä 4). Tehtävien aihepiirit jakaantuivat seuraavan taulukon mukaisesti (taulukko 3):

Taulukko 3. *Tehtävien alkuperäinen jakautuminen aihepiireittäin.*

AIHEPIIRI	tehtävien lukumäärä alunperin
röntgendiffraktometrivierailuun liittyvät (kemia/fysiikka)	3
kemia (edellisten lisäksi)	2
tietotekniikka	2
tietoliikennetekniikka ja elektroniikka	1
sähkötekniikka	1
aurinkopaneeli	2
kone-/tuotantotekniikka, joista toinen vierailutehtävä	2
rakennustekniikka	3

Suurimmassa osassa tehtäviä matematiikan kielentäminen oli huomioitu siten, että vastaus pyydettiin esittämään vaiheittain perustellen sanoin ja kuvin laskuja. Poikkeuksen tästä tekivät kaksi tehtävää. Yksi tehtävä muotoiltiin kielentämistehtävätyypin ’virheen etsintä’ tehtäväksi (luku 5.3). Toinen tehtävä muotoiltiin tehtäväksi, jossa oli annettu ratkaisu matematiikan symbolikielellä. Tämän ratkaisun viereen tuli kommentoida ratkaisun välivaiheita ja lopussa määrittää, mitä tehtävässä oli kysytty. Tämä tehtävä oli rakennustekniikan aihepiiristä arkkitehtivalintakokeesta muokattu tehtävä. Tässä tehtävässä ei ollut selvää kontekstia, mutta koska se oli tehtävätyyppinä muista poikkeava, haluttiin se jättää joukkoon.

Tehtävien valmistuttua ne jaettiin sen mukaan, mitä geometrian aiheita niitä ennen on käsiteltävä. Suureksi osaksi tehtävistä muodostui hyvä kokonaisuus. Tehtävät jaettiin siten, että korkeintaan yksi tutkimustehtävä liittyisi yhteen oppituntiin. Suurin osa tehtävistä saatiin sopimaan oppitunnin teemaan aihepiireiltään. Kaksi tehtävää, jotka olivat toisena ja kolmantena, olivat melko haastavia ollakseen siinä vaiheessa kurssia, vaikka ratkaisun pääpaino oli jo käsitellyissä asioissa.

Tehtävien rakenne pyrittiin tekemään mahdollisimman yhtenäiseksi. Ensin oli tehtävän numero sekä mainittu oppikirjan kappale, johon tehtävän matemaattinen osuus liittyi. Tästä saattoi saada hieman opastusta ratkaisuun. Ensimmäisenä tehtävässä oli esitiedot, joissa selitettiin tehtävän asiayhteyttä. Osassa tehtävistä esitiedot sitoivat tehtävän kontekstiin, mutta mitään tehtävänratkaisun kannalta olennaista asiaa ei ollut välttämätöntä ymmärtää. Osassa tehtävistä tuli myös ymmärtää esitiedoissa esiteltyjä asioita ratkaisua varten.

10 TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tässä diplomityötutkimuksessa haluttiin vastata johdannossa esiteltyihin tutkimuskysymyksiin.

1. Millaiset tekniikan sovelluksiin pohjautuvat matematiikan tehtävät ovat sopivia lukion pitkän matematiikan opetuksessa?
2. Kuinka tekniikan sovelluksiin pohjautuvat matematiikan tehtävät tukevat ja motivoivat oppimista?
3. Kuinka tekniikan konteksti matematiikan opetuksessa auttaa oppilaita ymmärtämään matematiikan tarpeellisuutta ja soveltamista?
4. Minkälaista matematiikan kielentämistä opiskelijat hyödyntävät luontaisesti?

Ensimmäiseen kysymykseen sovellustehtävistä on pyritty saamaan vastauksia suunnittelemalla toisistaan poikkeavia tehtäviä eri aihepiireistä ja tutkimalla opiskelijoiden vastaanottoa niihin liittyen. Vastauksia kysymykseen saadaan sen tehtyjen tehtävien määrän perusteella sekä opiskelijoiden antamista yksittäisten tehtävien kyselyvastauksista. Lisäksi vastauksia tehtäväkokonaisuudesta on saatavilla kurssin loppukyselystä.

Toiseen kysymykseen vastataan sen perusteella, mitä arvosanoja opiskelijat saavat toteutuskurssista verrattuna heidän saamiinsa aikaisempiin kurssiarvosanoihin. Lisäksi hyödynnetään kurssin loppukyselyä ja opiskelijoiden palauttamien tehtävien ratkaisuja. Näiden avulla voidaan tarkastella eri opiskelijoiden motivaationaalisia lähtökohtia heidän suhtautumistaan tehtävien toteutukseen, valmistettuun materiaaliin ja saatuihin oppimiskokemuksiin. Opettajan haastattelemisen tulokset antavat kysymykseen vastausta eri näkökulmasta.

Kolmanteen kysymykseen vastauksia pyritään löytämään kartoittamalla ensin alkukyselyn pohjalta opiskelijoiden matematiikkakuvaa. Tehtyjen alkukyselyn ja loppukyselyn vertaamisella toisiinsa voidaan nähdä tutkimuksen aikana tapahtuvaa mahdollista muutosta opiskelijoiden näkemyksessä matematiikan hyödyllisyydestä ja oppimisesta.

Neljänteen kysymykseen voidaan vastata hyödyntämällä opiskelijoiden palauttamia tehtäviä. Viitettä antavat myös opiskelijoiden loppukyselyn vastaukset. Oppitunteja seuraamalla on mahdollisuus havainnoida, kuinka paljon opiskelijat suullisesti selittävät matematiikan tehtäviä.

Tutkimuksen metodologia pohjautuu kvalitatiiviseen metodologiaan, mutta tutkimuskysymysten vastauksissa tukeudutaan myös kvantitatiivisen metodologian metodiin. Opiskelijoille tehdyt kyselyt ovat näistä esimerkkinä, sillä niissä oli enemmän strukturoituja valintakysymyksiä kuin avoimia. Tämä johtui siitä, että kiinnostuksen kohteiden kartoituksessa huomattiin, että opiskelijat vastasivat pääasiassa niukasti avoimiin kysymyksiin. Tiedonhankinnan strategiana on tapaustutkimus, mutta uuden materiaalin hyödyntämisen yhteydessä hyödynnetään myös toimintatutkimukselle tyypillistä strategiaa. Sen vuoksi metodina on sekä alku- että loppukysely, jotta voitaisiin selvittää miten uudenlaisen kurssimateriaalin käyttö vaikuttaa opiskelijoiden motivaatioon ja matematiikkakuvaan.

11 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS

Tämän tutkimuksen empiirinen osuus toteutettiin lukion matematiikan geometrian kurssilla MAA3. Ennen kurssin alkua sovittiin yhteistyöopettajan kanssa toteutuksesta, minkä jälkeen kurssi toteutettiin. Kurssilla käytettiin hyväksi tutkimusta varten etukäteen valmistettua tehtävämateriaalia. Käytännön toteutuksesta kerrotaan alaluvussa 11.1. Kurssin yhteyteen järjestettiin myös kaksi vierailua. Toinen vierailu oli Tampereen teknilliseen yliopistoon ja toinen oli Tampereen ammattikorkeakouluun. Vierailujen käytännön toteutusta ja järjestelyjä esitellään luvuissa 11.2 ja 11.3.

11.1 Geometrian kurssi

Matematiikan geometrian kurssin MAA3 kevään 2015 yhteen toteutuskertaan kuului 18 kpl 75 min pituista oppituntia. Määrä on vähäinen, joten jo etukäteen tiedettiin, että kurssista on tulossa tiivis. Kurssin alkupuolella kurssin osallistujamäärä ei ollut selvillä, mutta vakiintui pian 20 opiskelijaksi. Oppituntien vähyyden vuoksi kurssiin liitettävät vierailuajankohdat järjestettiin sellaisiksi, että ne tapahtuisivat kurssin oppituntien ulkopuolella. Tutkimustehtävät sovittiin kotitehtäviksi, jotka laatija esittelisi aina seuraavaksi kerraksi edeltävällä oppitunnilla. Yleensä esittely oli oppitunnin viimeisen 10 minuutin aikana. Etukäteen olimme sopineet, että opettaja opettaa teoria-asiat ja jäsentää oppitunnit mielensä mukaan muun tunnin osalta. Koska tutkimustehtäviä oli 15 kpl, kurssin toteutuksen aikana oli kolme oppituntia, jolloin uutta tutkimustehtävää ei esitelty. Vierailun ajankohdan takia alkuperäiseen tehtäväjärjestykseen tuli muutoksia. Yksi tehtävä käsiteltiin tunnilla, jonka aihepiiriin ei suoraan sopinut ratkaisussa tarvittavan matematiikan aihepiiri.

Jotta opiskelijat saisivat kannustusta tutkimustehtävien tekemiseen, heiltä vaadittiin, että 40 % tehtävistä eli käytännössä 6 tutkimustehtävää tulisi suorittaa, jotta kurssin sai hyväksytyksi. Lisätehtävistä oli mahdollista saada hyvityspisteitä kokeeseen. Jos tutkimustehtäviä oli tehnyt 60 %, sai kokeeseen 1 lisäpisteen. Vastaavasti 70 %:n suorittamisesta sai 2 koehyvityspistettä ja 80 %:sta 3 koehyvityspistettä. Käytäntö oli opiskelijoille tuttu, sillä samaa periaatetta sovellettiin myös tavallisiin kotitehtäviin. Hyvityspisteet tutkimustehtävistä laskettiin tavallisten kotitehtävien hyvityspisteiden lisäksi. Siten kokeeseen oli mahdollista ahkeroimisella saada 6 hyvityspistettä.

Opiskelijat palauttivat ratkaisemansa tutkimustehtävät kirjallisena. Tehtävän yhteydessä oli hyvin lyhyt palautekysely yksittäisestä tehtävästä (liite A). Siten ratkaisuun liittyi aina palautteen anto. Palautteen perusteella muokattiin joitakin tutkimustehtäviä tai niiden esittelyjä. Suuria muutoksia ei kuitenkaan voitu tehdä, sillä tutkimustehtävien vaatimuksia ei haluttu muuttaa kesken kurssin. Suoritettavan tehtävämäärän tuli siten pysyä vakiona. Muutoksia tehtiin tehtävien järjestykseen vierailuiden ajankohtien varmistuttua. Palautteissa oli pyydetty helpompaa ja vähemmän teoreettista tehtävää. Siten sähkötekniikkaan liittyvä tehtävä vaihdettiin yhteen helppoon kemian aihepiirin tehtävään, joka oli varalla. Kyseinen tehtävä jätettiin pois sen haasteellisuuden sekä teoreettisuuden tähden. Näin jouduttiin joustamaan aihepiirien monipuolisuudesta. Tehtävien aihepiirit olivat toteutuksessa taulukon 4 mukaiset.

Taulukko 4. *Tehtävien lopullinen luokittelu ja numerointi aihepiireittäin.*

AIHEPIIRI	**tehtävien lukumäärä toteutuksessa**	**Lopulliset tutkimustehtävänumerot**
röntgendiffraktometrivierailuun liittyvät (kemia/fysiikka)	3	1, 11, 15
kemia (edellisten lisäksi)	3	2, 14, 12
tietotekniikka	2	4A, 9
tietoliikennetekniikka ja elektroniikka	1	4B
aurinkopaneeli	2	5, 8
kone-/tuotantotekniikka, joista toinen vierailutehtävä	2	3, 13
rakennustekniikka	3	6, 7, 10

Tehtäviä voidaan tarkastella Haapasalon määrittämän neljän käsitteen mukaan (luku 6). Suurimmassa osassa tehtävistä on annettu alkutilanne, mutta ei lopputilannetta. Lisäksi ne mittaavat proseduraalista ja konseptuaalista tietoa. Näistä poikkeuksen tekevät tehtävät 2, 5 ja 8, joissa annetaan myös lopputilanne. Poikkeuksen tekee myös tehtävä 10, jossa ei anneta alkutilannetta vaan lopputilanne sekä proseduraalinen osa tehtävästä. Siten kaikki tehtävät mittaavat konseptuaalista ymmärtämistä, mikä omalta osaltaan tekee niistä vaikeita. Tehtävät 5 ja 10 painottivat kielentämistä. Opiskelijoiden oli tarkoitus ratkaista tehtävää kommentti-kielentämismallin tavoin eli tehtävä oli koodaustyyppinen. Tehtävä 5 oli kielentämistehtävätyypin, virheen etsintä, mukainen. Tehtävä 10 oli muotoiltu kielentämistehtävätyypin, ratkaisusta tehtävä, kaltainen.

Jokaisen tutkimustehtävän ratkaisu tarkistettiin ja palautettiin kommenttien kera opiskelijalle takaisin. Kaikki tutkimustehtävät olivat näkyvissä kurssin Moodle-oppimisympäristössä. Moodleen ilmestyi aina vinkkejä ja apuja tutkimustehtävien ratkaisuun sen jälkeen, kun se oli käsitelty tunnilla. Opiskelijoiden toivomuksesta vinkkejä pyrittiin antamaan mahdollisimman paljon. Siten lopulta sovellustehtävän ratkaisuprosessin ensimmäinen vaihe (luku 6) saattoi joidenkin tehtävien osalta olla jo valmiina vinkissä. Esimerkiksi tehtävän kuvan mallintaminen rakensi opiskelijoille usein merkittävää siltaa opiskelijoille reaalimaailman tilanteesta matemaattisen mallin muodostamiseen. Moodle-sivustolla oli tehtävän yhteyteen avattu keskustelualue, jonne kuka tahansa saattoi laittaa tehtävään liittyvän kysymyksen. Tätä mahdollisuutta ei kuitenkaan kukaan käyttänyt. Sen sijaan osa opiskelijoista kyseli suullisesti oppitunnilla, oppituntia ennen tai jälkeen. Opiskelijoille tarjottiin myös mahdollisuus tulla kysymään tutkimustehtävistä viikoittaiseen päivystysaikaan. Tätä mahdollisuutta kukaan ei käyttänyt. Tutkimustehtävien ratkaisuja ei käsitelty yhdessä oppitunnilla, mutta jokainen opiskelija sai kirjallisesti ja tarvittaessa suullisesti palautetta omasta vastauksestaan. Esimerkkivastaukset oli nähtävillä myös kurssin Moodle-sivuilla tehtävien palauttamisen jälkeen.

Opiskelijoille tehtiin kysely kurssin alussa ja lopussa. Kyselyt ovat liitteessä A. Alkukyselyssä pyrittiin saamaan kuvaa siitä, minkälainen käsitys opiskelijoilla on matematiikasta, mikä on heidän oma suhteensa matematiikkaan ja mitä mahdollisia muutoksia he kaipaavat matematiikan opiskeluun. Loppupuolella kartoitettiin heidän näkemyksiään matematiikan tarpeellisuudesta ja tärkeydestä heille itselleen ja eri ammattilaisille. Loppukyselyssä oli joitakin samoja kysymyksiä kuin alussa, jotta nähtäisiin, onko kurssi muuttanut heidän ajatuksiaan. Lisäksi loppukyselyssä pyrittiin ottamaan selvää siitä, millaisena opiskelijat kokivat kurssitoteutuksen.

Jo aiemmin kiinnostuksen kohteisiin liittyvässä kyselyssä huomattiin, että opiskelijoiden vastaukset avoimiin kysymyksiin ovat usein niukkoja. Siksi sekä alku- että loppukysely rakennettiin monivalintakyselyiksi. Alkukysely tehtiin kurssin ensimmäisellä oppitunnilla samalla, kun esiteltiin diplomityötutkimusta ja sitä miten se vaikuttaa kurssitoteutukseen. Alkukysely pyrittiin pitämään lyhyenä, jotta opiskelijat voisivat keskittyä mahdollisimman hyvin vastaamaan kaikkiin kysymyksiin ja toisaalta, ja ettei vastaaminen veisi kohtuuttomasti aikaa itse oppitunnilta. Loppukysely pyrittiin säilyttämään samanmuotoisena, jotta tulosten vertailu olisi suoraviivaisempaa. Loppukysely toteutettiin kurssikokeen jälkeen. Kannattaa huomioida mielialan vaikutus kurssikokeen yhteydessä tehtyyn kyselyyn.

Kurssitoteutuksen aikana saatiin joitakin hyviä huomioita tehtävistä ja niiden esittelystä. Varsin nopeasti tuli ilmi, että opiskelijat tarvitsevat ratkaisua varten kuvia, jotta he pääsevät käsiksi ratkaisuun. Nämä mallikuvat olivat myös esillä Moodle-kurssialustalla. Palautteen pohjalta pyrittiin tehtäviin löytämään myös ratkaisuesimerkki kirjasta tai jostain muusta lähteestä. Yksi tehtävä jaettiin kahdeksi, jolloin opiskelijat saivat enemmän valinnanmahdollisuuksia, ja tehtävä helpottui. Sähkötekniikkaan liittyvän tehtävän tilalle tuli helpompi kemian tehtävä, opiskelijoiden toiveen mukaan. Siten tutkimustehtäviin tuli joitakin muutoksia. Palautteesta saatiin myös muutosehdotuksia osaan tehtävistä. Näistä on kerrottu enemmän tulokset-osiossa.

11.2 Vierailu Tampereen teknilliseen yliopistoon

Tampereen teknillisen yliopiston vierailussa pääkohteena oli tutustua Materiaalitekniikan laitoksen röntgendiffraktometriin. Vierailua varten opiskelijoille oli suunniteltu kolme tutustumistehtävää. Näistä yhtä ei varsinaisesti ehditty käsitellä ennen vierailua, mutta kyseinen tehtävä oli vierailun kannalta epäolennaisin.

Materiaalitekniikan laboratorion pyynnöstä maksimivierailijamäärä oli rajattu 12 opiskelijaan. Ilmoittautuneita oli 12, mutta yksi ei päässyt tulemaan sairastumisen vuoksi. Vierailuun osallistui 11 opiskelijaa kahdesta eri geometrian kurssitoteutuksen ryhmästä. Tutkimustyöhön osallistuvalta kurssilta osallistujia oli 7. Osallistuminen vierailuun oli vapaaehtoista. Vierailulla oli kuitenkin mahdollisuus korvata yksi tutkimustehtävä.

Vierailua varten oli oltu useasti yhteydessä Juha Nykäseen. Hän huolehti tilojen varaamisesta ja esittelyyn tarvittavien henkilöiden pyytämisestä. Tehtävä laadittiin yhteistyössä siten, että mittaukset eri metalleille tehtiin etukäteen röntgendiffraktometrillä. Tuloksien oikeellisuus ja sopivuus tarkistettiin. Tämän jälkeen laadittiin tehtävänanto, joka tarkistettiin vielä laskemalla itse välivaiheet vaihtoehtoineen. Mittaustulokset olivat olemassa etukäteen kaiken varalta, jos laitteisto ei jostain syystä toimisikaan vierailupäivänä. Vierailun aikataulu määriteltiin etukäteen, mikä vastasi hyvin toteutunutta aikataulua. Vierailutehtävä on liitteessä C.

Aloitimme harjoitussalissa, jossa oli Materiaalitekniikan laitoksen esittely sekä saatiin ohjeita opiskelupaikan hakemisesta yliopistoon. Tämän jälkeen selostettiin vierailutehtävä ja annettiin pohjatietoja mittausmenetelmästä. Ryhmä jaettiin kahteen osaan, sillä kaikki eivät olisi kerralla mahtuneet mittauslaboratorioon. Toinen ryhmä tutustui röntgendiffraktio-mittauslaitteistoon Tuomo Nyyssösen johdolla ja toinen mikroskooppiin Juha Nykäsen esittelemänä. Mikroskooppi ei liittynyt vierailutehtävään, mutta haluttiin tarjota mielenkiintoista tutkittavaa röntgendiffraktometrilaboratorioon pääsyä odoteltaessa. Ryhmät vaihtoivat sitten keskenään paikkoja. Kun molemmat ryhmät olivat nähneet mittauksen ja mittaustulosten käsittelyn, siirryttiin luokkahuoneeseen. Vierailutehtävä laskettiin nyt ohjatusti kolmen hengen ryhmissä. Jokaiselle ryhmälle annettiin eri materiaalin mittaustulokset. Kun ryhmät olivat valmiit, tehtiin taululle kooste laskutuloksista, jotta opiskelijat voisivat tarkastella hieman muidenkin tuloksia. Vierailun päätteeksi opiskelijat vastasivat vierailua koskevaan kyselyyn (liite A). Vierailun kyselyn tulokset on esitelty luvussa 12.2.

11.3 Vierailu Tampereen ammattikorkeakouluun

Tampereen ammattikorkeakoulun vierailukohteena oli Konetekniikan laboratorio sekä tuotekehityslaboratorio. Vierailua varteen oltiin yhteydessä lehtori Joni Niemiseen, laboratorioinsinööri Jani Katajistoon ja Matti Peltolaan. Myös ammattikorkeakoululla pidettiin hyvänä ryhmäkokona 12 opiskelijaa. Opiskelijat päätettiin jakaa neljään ryhmään. Ryhmät olisi helppo jakaa neljään työpisteeseen. Suunnittelimme mitä yksinkertaisia geometriaan sopivia tehtäviä, joita opiskelijat voisivat kokeilla laboratoriossa. Tehtäviä tuli lopulta jatkokehitykseen kaksi.

Näistä muotoutui tehtävä, jossa arvioidaan rajakulmaa sille, kuinka paljon rollaattoria voidaan kallistaa ennen kuin se ei enää palaudu takaisin samaan asentoon vaan kaatuu. Toisessa tehtävässä tutustuttiin siniviivaimeen, jota käytetään kulmien mittaamiseen. Molemmat tehtävät liittyivät sinifunktion käyttämiseen. Tehtävänannot ovat liitteessä C.

Konetekniikan laboratorioon suunnittelimme kaksi tehtävää. Toisen oli tarkoitus liittyä yhteen tutkimustehtävään. Esitehtävässä laskettiin kuinka paljon materiaalia menee hukkaan aihiosta, johon työstetään työstökeskuksella tietty muoto. Laboratoriossa valmistettiin kyseinen kappale. Kappaleen tiheyttä sekä massaa ennen ja jälkeen työstön hyödyntäen määritettiin hukkamateriaalin määrä käytännössä. Toisena tehtävänä ei suunniteltu mitään käytännön laskuja opiskelijoille. Tärkeintä oli tutustua CNC-sorviin ja valmistaa sen avulla pikari. Tämä oli suunniteltu täytetehtäväksi kuten mikroskooppiin tutustuminen TTY:llä.

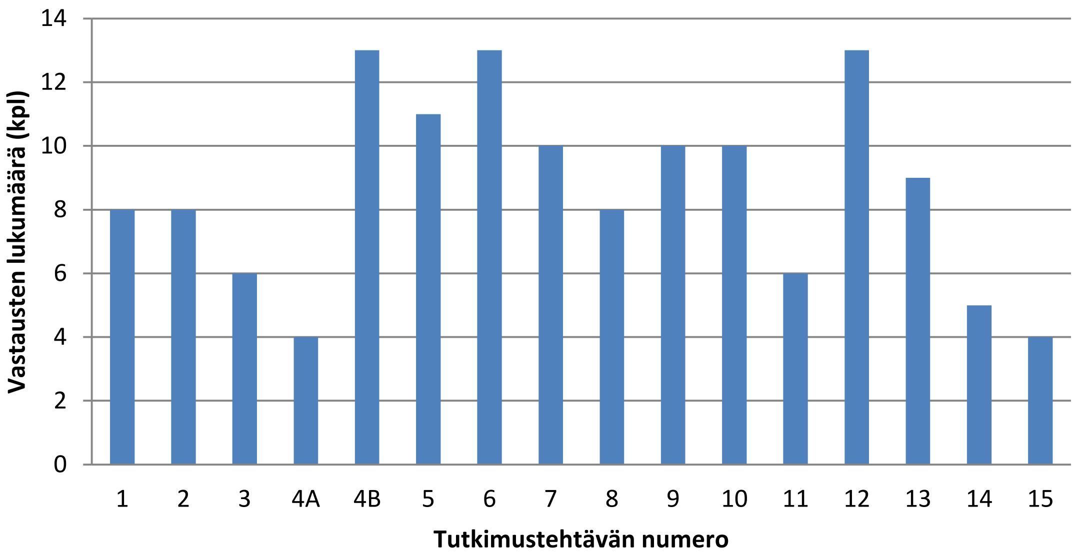
Tampereen ammattikorkeakouluun oli ilmoittautunut 7 opiskelijaa, mutta lopulta vierailuun osallistui vain kolme opiskelijaa. Siten opiskelijat toimivat yhtenä ryhmänä. Ensin tutustuimme kone- ja tuotantotekniikan eri laboratorioihin. Vierailukohteen laboratorioiden lisäksi tutustuttiin vielä autolaboratorioon ja robottilaboratorioon. Konelaboratoriossa tehtiin opiskelijoiden kanssa materiaalihukkaan liittyvä tehtävä.

Opiskelijat tekivät ensin tarvittavat laskut sekä kappaleen tiheyden määrityksen käyttäen keittiövaakaa massan määrityksessä. Tämän jälkeen heidän aihionsa työstettiin, ja he pystyivät tekemään määritykset loppuun asti. Tässä vaiheessa huomattiin, että massan kautta määritetty hukka oli selvästi enemmän kuin pelkästään laskennallisesti määritelty hukka. Pohdimme, mikä saattoi olla vikana tehtävässä ja huomasimme, että käytetty keittiövaaka punnitsi virheellisesti. Koska kappale oli muovia ja materiaalin tiheys oli todella pieni, punnitusvirhe aiheutti merkittävän virheen lopputulokseen. Jos kappaleen materiaalina olisi käytetty esim. terästä, virhe ei olisi ollut näin merkittävä. Muovimateriaali oli kuitenkin valittu sillä perusteella, että työstöön ei kuluisi paljon aikaa. Valitettavasti emme itse olleet tehneet tehtävää alusta loppuun ja tarkastaneet sen toimivuutta, joten virhe tuli yllätyksenä. Mahdollisuus kyllä tiedostettiin etukäteen, mutta aikaa ei ollut etukäteistestaukseen. Toisen tehtävän oli tarkoitus liittyä sorviin. Kappaleen valmistaminen ei kuitenkaan onnistunut vierailupäivänä, sillä sorviin oli tullut vikatila. Sorvi esiteltiin silti opiskelijoille siinä laajuudessa kuin oli mahdollista.

Tämän jälkeen siirryimme tuotekehityksen laboratorioon, jossa tehtiin rollaattorin kallistumiskulman mittaustehtävä. Tehtävä oli melko helppo, mutta opiskelijoilla kesti hetki ennen kuin he pääsivät sisälle tehtävään. Tämä johtui suureksi osaksi siitä, että he arkailivat ryhmässä toimimista, mitä tehtävä vaati. Vierailuaika ei riittänyt viimeisen tehtävän tekemiseen, joten siniviivaimen käyttäminen jäi pois. Opiskelijat täyttivät lopuksi vierailua koskevan palautekyselyn (liite A ja luku12.2). Siihen vierailu päättyi.

12 TULOKSET

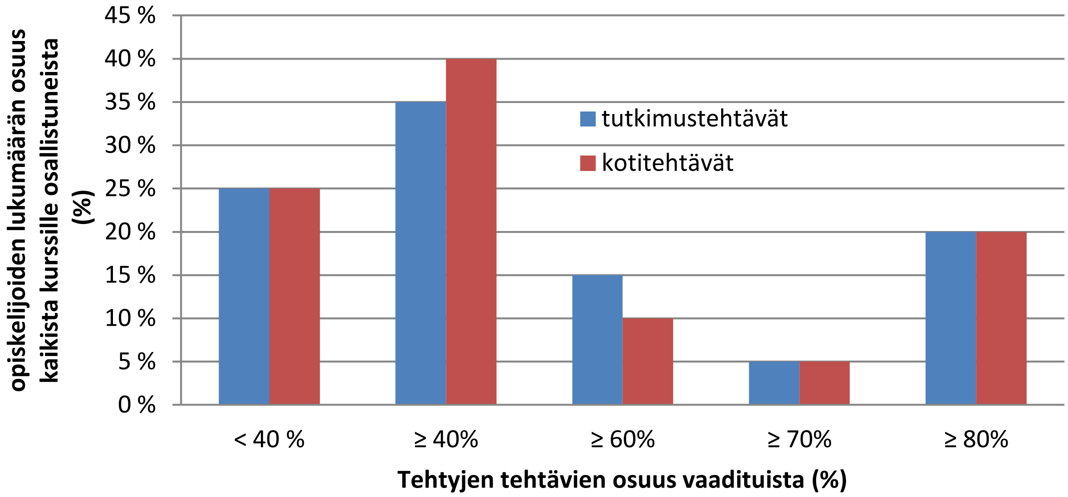
Geometrian kurssiin osallistui 20 opiskelijaa. Opiskelijoista 5 oli tyttöä ja 15 poikia. Matek-linjan opiskelijoita oli kuusi. Viisi opiskelijaa keskeytti kurssin, sillä he eivät olleet tehneet riittävästi kotitehtäviä, eivätkä tutkimustehtäviäkään kurssin aikana. Opiskelijat laskivat tutkimustehtäviä vaihtelevasti. Pylväsdiagrammissa (kuva 7) on esitelty palautettujen vastausten lukumäärät.



Kuva 7. *Vastausten lukumäärät eri tutkimustehtävistä.*

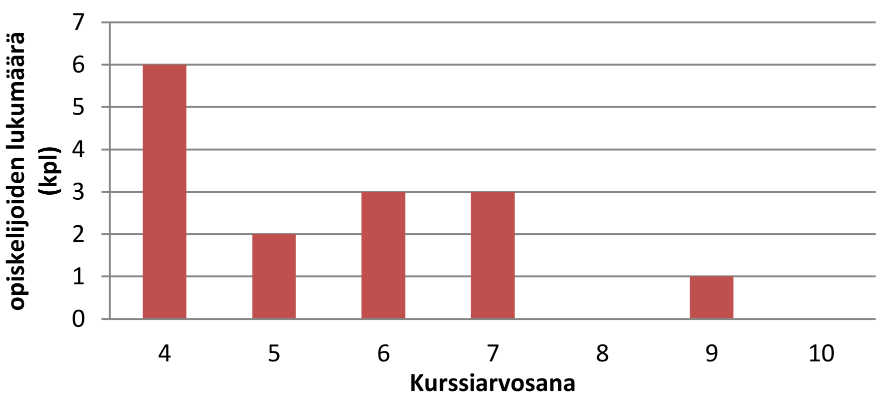
Diagrammista (kuva 7) voidaan päätellä, että tutkimustehtävät 3, 4A, 11, 14 ja 15 ovat mahdollisesti olleet vaikeita tai vähemmän kiinnostavia. Nämä kaikki olivat teoreettisempia tehtäviä, joissa ratkaisua varten ei ollut numeerisia lähtöarvoja. Kaksi viimeistä tehtävää sijoittui aivan kurssin loppuun siten, että tutkimustehtävän 15 ehti palauttaa esittelyn jälkeen ensimmäisen kerran kurssikokeeseen, mikä oli todennäköisimmin suurin syy tehtävän vähäiselle palautukselle. Toisaalta suuri osa oli jo tehnyt vaaditun määrän tehtäviä tähän mennessä ja laskelmoineet tehtävien riittävän. Suosituimmat tutkimustehtävät vastausten lukumäärän perusteella olivat 4B, 6 ja 12. Nämä tehtävät olivatkin itse asiassa lähimpänä tavallisia kirjan tehtäviä, eikä asiayhteys ollut vaikea. Esitietojen osuudet näissä tehtävissä olivat lyhyet, eikä niissä mainittu merkittäviä asioita ratkaisun suhteen.

Kurssin suoritusvaatimuksena oli tehdä tietty prosentuaalinen osuus tavallisia kotitehtäviä kurssikirjasta sekä vastaava määrä tutkimustehtäviä. Seuraava diagrammi kuvaa kurssille osallistuneiden opiskelijoiden tekemien tehtävien prosentuaalisten osuuksien jakautumista opiskelijoiden lukumäärään nähden (kuva 8).



***Kuva 8.** Tehtyjen tehtävien osuuksien jakautuminen opiskelijoiden kesken (N = 20).*

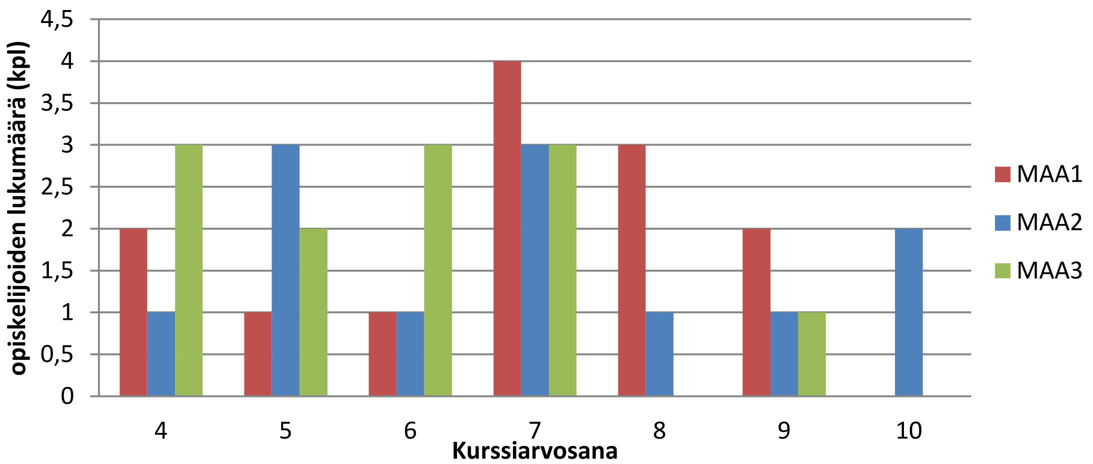
Pääsääntöisesti tutkimustehtäviä oli tehty samassa suhteessa kuin kotitehtäviä. 15 opiskelijaa (75 % osallistuneista) oli tehnyt vähintään vaaditun vähimmäismäärän tehtäviä ja heistä 8 opiskelijaa (noin 45 % osallistuneista) oli tehnyt ylimääräisiä tehtäviä niin paljon, että sai kokeeseen hyvitystä. Yksi opiskelija oli tehnyt tutkimustehtäviä vähintään 60 % ja kotitehtäviä vain vaaditun määrän. Yksi opiskelija puolestaan oli tehnyt kotitehtäviä vähintään 60 % ja tutkimustehtäviä vain vaaditun määrän. Palautusprosenttien perusteella ei tutkimustehtävien voida sanoa olleen kotitehtäviä kiinnostavampia tai päinvastoin. Tehtävien tekemisen voisi olettaa kuvastavan ennemmin matematiikan opiskelustrategiaa tai tehtävien suoritusmotivaatiota. Kurssiarvosanat jakautuivat kuvan 9 mukaisesti.



***Kuva 9.** Geometrian kurssin kurssiarvosanojen jakautuminen opiskelijaryhmässä.*

Kurssiarvosanat pohjautuvat kurssikokeen arvosanaan, johon on laskettu hyvityspisteet tehdyistä koti- ja tutkimustehtävistä. Jos opiskelija on osoittanut aktiivisuutta oppitunneilla ja kun koearvosana on jäänyt tasalukujen välille, on kurssiarvosana pyöristetty ylöspäin. Kurssikoe on liitteenä D. Koe oli haasteellinen. Tehtävien tekeminen korreloi kohtuullisesti kurssiarvosanojen kanssa (korrelaatio 0,53), jos kurssin keskeyttäneitä ei oteta huomioon. Muutoin korrelaatio on sitäkin vahvempaa.

Vertailtaessa opiskelijoiden kurssiarvosanojen jakaumaa kolmen ensimmäisen pitkän matematiikan kurssin arvosanoihin (yhteensä 12 opiskelijaa) voidaan huomata, että arvosanat ovat alhaisemmat kolmannella kurssilla.(kuva 10). On tyypillistä, että kolmannen ja viimeistään neljännen kurssin jälkeen opiskelijoita siirtyy pitkästä matematiikasta lyhyeen matematiikkaan. Aiemmin mainittiin, että tälle kurssille osallistui matematiikassa heikommin menestyneitä opiskelijoita, joten jakauman ei voi olettaa noudattavan normaalijakaumaa. Toisaalta osalle opiskelijoista myös kurssin opettaja oli eri. Tämäkin saattoi vaikuttaa oppimistulokseen. Näiden tulosten valossa voidaan varovaisesti arvioida, että erilainen kurssitoteutus osoittautui jossain määrin raskaaksi osalle opiskelijoista eivätkä he yltäneet normaaliin suoritustasoonsa. Se ei sinänsä ole ihme, sillä uusiin asioihin tottuminen voi viedä jonkin aikaa. Toisaalta kokeen haasteellisuus vaikuttaisi nimenomaan systemaattisesti arvosanoihin.



Kuva 10. *12 opiskelijan kurssiarvosanojen jakautuminen pitkän matematiikan kursseilla.*

Kuvan 6 diagrammi osaltaan johtaa hieman harhaan, sillä osa opiskelijoista oli saanut hyvin erisuuruiset arvosanat jo kahdesta ensimmäisestä kurssista. Kun tarkastellaan yksittäisen opiskelijan arvosanoja kolmelta kurssilta, voidaan huomata seuraavia asioita (taulukko 5). Opiskelijoiden arvosanat kolmen kurssin kohdalla ovat joko hyvin samanlaisia (O2, O8, O11, O12, O14) tai trendi on samansuuntainen (O6, O9, O10) tai kolmannelta kurssilta saatu arvosana on hyvin lähellä toisen aikaisemman kurssin arvosanaa (O4, O5, O7). Vain yksi opiskelija (O3) sai selvästi kahdesta aikaisemmasta kurssista poikkeavan arvosanan kolmannelta kurssilta.

Taulukko 5. *Opiskelijoiden kurssiarvosanat pitkän matematiikan kursseilla.*

opiskelija	arvosana MAA1	arvosana MAA2	arvosana MAA3
O1	-	-	5
O2	4	5	5
O3	9	8	5
O4	7	9	7
O5	7	10	6
O6	8	5	4
O7	9	7	7
O8	4	7	6
O9	8	7	6
O10	7	5	4
O11	8	10	9
O12	7	6	7
O13	-	-	4
O14	5	4	4

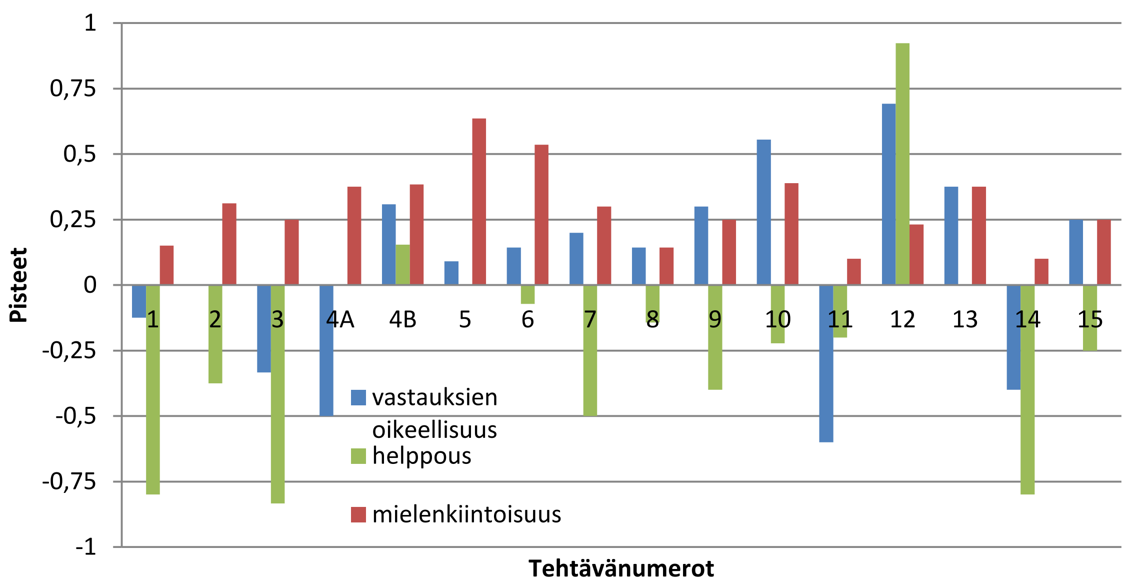
12.1 Palautteet tehtävistä

Jokaisen tutkimustehtävän yhteydessä oli lyhyt tehtävää koskeva palautekysely (liite A). Ensimmäinen kysymys mittasi tutkimustehtävän mielenkiintoisuutta. Tässä monivalintakysymyksessä oli neljä vastausvaihtoehtoa. Toisella kysymyksellä haluttiin selvittää miten haastavana tehtävä koettiin. Samalla oli mahdollisuus esittää mielipiteensä siitä tulisiko tehtävän olla haasteellisempi vai helpompi. Näiden kahden monivalintakysymyksen vastausvaihtoehdot jaettiin samalle asteikolle, jotta niitä pystyisi paremmin vertailemaan keskenään. Pisteytys tapahtui taulukon 6 mukaisesti.

Taulukko 6. *Yksittäisten tehtävien (kysely)vastausten pisteyttäminen.*

pisteytys	-1	0	0,5	1
oikeellisuus	runsaasti virheitä/ väärä vastaus	osittain oikein, ratkaisuperiaate osittain oikein	-	ratkaisuperiaate oikein ja ratkaisu suurelta osin oikein tai täysin oikein
helppous	vaikea	ei helppo eikä vaikea	-	helppo
mielenkiintoisuus	ei lainkaan mielenkiintoinen	vain vähän mielenkiintoinen	jonkin verran mielenkiintoinen	hyvin mielenkiintoinen

Kolmannella kysymyksellä haettiin syitä siihen, miksi opiskelija oli tehnyt juuri kyseisen tehtävän. Tarkoituksena oli selvittää opiskelijoiden motivaation tai orientaation lähdettä suorittaa tehtävä. Viimeisessä kysymyksessä kysyttiin tehtävään liittyviä parannusehdotuksia. Kysymyksien lisäksi jokaisen tehtävän vastausten arvioinneista saatiin yksi parametri lisää jokaiseen tehtävään. Näiden mukaan pystyttiin määrittämään, kuinka hyvin opiskelijat todellisuudessa olivat osanneet laskea tehtäviä. Ratkaisun oikeellisuudessa kiinnitettiin huomiota ensisijaisesti ratkaisuperiaatteeseen. Huolimattomuus, pyöristys ja muut laskuvirheet olivat vähemmän merkitseviä, elleivät ne olleet olennainen osa ratkaisun ymmärtämistä. Vastauksen oikeellisuus arvioitiin kolmeen eri vaihtoehtoon: runsaasti virheitä ja väärä vastaus; osittain oikein; ratkaisuperiaate oikein ja ratkaisu suurelta osin oikein tai täysin oikein. Pisteytys tapahtui taulukon 6 mukaisesti. Pisteytyksillä saatiin määritettyä diagrammi koskien opiskelijoiden mielipiteitä tehtävien helppoudesta ja kiinnostavuudesta sekä palautettujen ratkaisujensa oikeellisuudesta (kuva 11).



Kuva 11. *Tehtäväkyselyiden vastausten tuloksien jakautuminen eri tehtävissä.*

Diagrammista voidaan havaita, että 3, 4A, 11 ja 14 tehtäviä ei ole osattu ja tehtävä 1 heikosti. Yhtään tehtävää eivät kaikki ole osanneet täysin. Tehtävässä 12 opiskelijat pitivät tehtävää helppona, mutta eivät ole samassa määrin osanneet laskea sitä oikein.

Tehtävät ovat olleet vähän ja jonkin verran mielenkiintoisia. Yhtäkään tehtävää ei ole pidetty kokonaisuudessaan mielenkiinnottomana. Keskimääräinen mielenkiinto tehtäviä kohtaan on ollut jokaisen tehtävän kohdalla enemmän kuin vähäistä. Tehtävät 5 ja 6 ovat tulosten perusteella olleet mielenkiintoisimmat. Tehtävä 5 on ollut kiinnostavin. Tässä tehtävässä kiinnostavuuden ei voida olettaa tulevan pelkästään aihepiiristä vaan myös tehtävätyypistä. Yksi opiskelija oli kirjoittanut tehtävän tekemisen syyksi sen, että

”oli mielenkiintoista etsiä virhe”. Tehtävässä 12 on merkillepantavaa, että vaikka tehtävä on ollut opiskelijoiden mielestä helppo ja se on osattu parhaiten muihin verrattuna, sitä ei ole pidetty mielenkiintoisena. Tämä kuvastaa alkukyselyssä esiin tullutta lähestymismotivoituneisuutta (luku 12.3, Matematiikka ja minä)

Kiinnostavimpiin tehtäviin (5, 6, 10, 4A ja 4B, 13) kuuluvat kielentämistehtävät (5, 10) sekä tehtävät, joissa laskettiin lukuarvoilla, lukuun ottamatta tehtävää 4A. Ilmeisesti neljänsien tutkimustehtävien valinnaisuus nosti myös 4A:n kiinnostavuutta. Kiinnostavimpien tehtävien aihepiirit olivat: aurinkokenno, rakennustekniikka, tietotekniikka, tietoliikennetekniikka ja kone-/tuotantotekniikka. Nimenomaan kemiaan ja fysiikkaan liittyvät tehtävät karsiutuivat näistä pois. Kiinnostuneisuus saattoi joko johtua siitä, että aihepiirit olivat hieman tutumpia kuin kemiantekniikan aihepiirin tehtävät tai tehtävät olivat laadittu hieman helpommiksi ja yksinkertaisemmiksi ymmärtää, mikä taas johtui laatijan perehtyneisyydestä. Huomionarvoista on myös se, että pääsääntöisesti kiinnostavimmat tehtävät olivat vaikeustasoiltaan keskitasoa/sopivia.

Seuraavia tehtäviä on erityisesti pidetty vaikeina 1, 2, 3, 7, 9 ja 14. Muut tehtävät (tehtävää 12 lukuun ottamatta) ovat olleet haastavuudeltaan sopivia - eivät helppoja eivätkä vaikeita.

Seuraavaksi tarkastellaan näiden kolmen muuttujan korrelaatioita. Tehtävien oikeellisuuden ja kiinnostavuuden korrelaatiokertoimeksi saadaan 0,32. Kertoimen perusteella tehtävien oikeellisuus ei korreloi niiden kiinnostavuuden kanssa merkittävästi. Seuraavana on vuorossa oikeellisuuden ja helppouden korrelaatio, joka on -0,30, mikä ei myöskään ole tilastollisesti merkittävä. Heikkoon korrelaatioon vaikuttaa ainakin se, että opiskelijat kokivat vaikeaksi arvioida tehtävän haasteellisuutta. Avoimista kysymyksistä päätellen opiskelijoita olisi auttanut, jos he olisivat tienneet kuinka lähellä oikeaa heidän ratkaisunsa oli. Tehtävän 12 palautuksissa opiskelijat kommentoivat, että eivät olleet varmoja ratkaisunsa oikeellisuudesta, sillä tehtävä oli niin helppo. Opiskelijoiden mielipiteistä käy ilmi, ettei kiinnostavuuden ja helppouden välillä ole korrelaatiota (-0,02). Tätä tukevat opiskelijoiden alkukyselyn tulokset (luku 12.3), jossa havaitaan, että suurella osalla opiskelijoista oli lähestymismotivaatiota (luku 4.2) matematiikan opiskelussa. Jos Korrelaatioissa otetaan huomioon vain ne tehtävät, joihin saatiin vähintään 8 opiskelijalta vastaus (tehtävät 1, 2, 4B, 5, 6, 7, 9, 10, 13, 9) korrelaatioiden arvot muuttuvat merkittävästi. Oikeellisuus ja kiinnostavuus eivät selvästi korreloi (-0,06) Sen sijaan tehtävien oikeellisuus ja helppous korreloivat vahvasti (0,73). Tämä on osaksi selitettävissä sillä, että suurin osa opiskelijoista arvioi tehtävien tason oikein. Kun palautettuja tehtäviä oli vähemmän, yksittäisten opiskelijoiden virheelliset arviot saivat liikaa painoarvoa. Helppouden ja kiinnostavuuden korrelaatio vahvistui myös, mutta se ei ole tilastollisesti merkittävä 0,20.

Yksittäisten tehtävien tarkastelua

Tutkimustehtävän 1 palautti 8 opiskelijaa. Näiden lisäksi kaksi antoivat palautetta tehtävästä, vaikka eivät olleet ratkaisseet tehtävää. Tehtävän a-kohdan hankaluus oli termissä ”riippuvuus”. Tehtävänanto olisi mahdollisesti ollut selvempi näin: a) Mikä on kulman θ suuruus, kun kulman α suuruus tunnetaan. Riippuvuus-sanan selittämiseen viittasivat kaksi opiskelijaa palautteessa. Viisi oli kuitenkin löytänyt oikean ratkaisutavan.

B-kohdassa oli tarkoitus muodostaa lauseke $AB = d * \sin(\theta)$. Tässä vaikeutena oli ilmeisesti se, että vastauksena olikin yhtälö. Suorakulmainen kolmio oli osattu hahmottaa useammissa vastauksissa, ja kaksi oli osannut hyödyntää trigonometriaa oikein.

Vaikeustasosta viisi kymmenestä opiskelijasta oli sitä mieltä, että tehtävän olisi pitänyt olla helpompi. Kolmen mielestä tehtävän haastavuutta ei pitäisi muuttaa. Muut eivät ottaneet kantaa. Avoimessa palautteessa kaksi toivoi helpompaa tehtävää, yksi vinkkejä ratkaisuun ja kaksi selvyyttä tehtävänantoon. Yksi opiskelija kuvasi tehtävää seuraavasti: ”Tehtävä oli hyvä: monipuolinen, soveltava, luova, tarpeeksi haastava.” Palautteen vuoksi pyrittiin seuraavissa tehtävissä antamaan enemmän vinkkejä ratkaisuun. Ne kirjoitettiin Moodleen, tehtävän yhteyteen, oppitunnilla käsittelemisen lisäksi. Tehtäviä pyrittiin myös yksinkertaistamaan mahdollisuuksien rajoissa.

Tutkimustehtävän 2 oli ratkaissut 8 opiskelijaa. Puolet oli tehnyt vähintäänkin oikean päättelyketjun, ja heistä kolme perustellut ratkaisun nojaten niihin määreisiin, joita oli annettu. Toinen puoli oli saanut jotain ratkaistua tai ainoastaan miettinyt tilannetta.

Hankaluutena oli ensisijaisesti hahmottaa kuvaan muodostuva suorakulmainen kolmio, joka puolestaan auttaa määrittämään happiatomien välisen etäisyyden. Toinen haaste oli hahmottaa molekyylin symmetrisyys: molekyylimalliin muodostuu 6 tasasivuista kolmiota, ja nämä yhdessä muodostavat säännöllisen kuusikulmion. Tehtävä oli haasteellinen toiseksi tehtäväksi. Tämän tehtävän paikka oli alun perin myöhemmin symmetristen monikulmioiden kappaletta käsiteltävälle tunnille. Kappale jätettiin itse opiskeltavaksi, ja siten tehtävän paikka siirtyi aikaisemmaksi. Tehtävän sai kuitenkin ratkaistua kolme, joten mahdoton se ei ollut opiskelijoille vielä tässä vaiheessa. Silti tehtävä olisi ollut parempi esitellä myöhemmin kurssin aikana.

Vaikeustasosta kaksi opiskelijaa oli sitä mieltä, että tehtävän olisi pitänyt olla helpompi. Yksi koki tehtävän olleen helpompi kuin edeltävä tehtävä ja yksi oli sitä mieltä, että vaikeustasoa ei pitäisi muuttaa. Palautteessa toivottiin enemmän vinkkejä.

Tutkimustehtävän 3 palautti 6 opiskelijaa. Kaksi oli saanut ratkaistua ainakin jollain tavalla kaikki 4 kysyttyä mittaa. Neljä oli ratkaissut yhden mitan neljästä.

Tehtävä oli haasteellinen, vaikka kyseinen tehtävä on ammattikoulusta/ammattikorkeakoulusta. Jo tehtävän esittelyn aikana oli havaittavissa, että ratkaisu jäi epäselväksi. Tämän vuoksi Moodleen laitettiin yksityiskohtaiset ohjeet tehtävän ratkaisuksi. Vaikutti siltä, että ne opiskelijat, jotka osasivat tehtävän, olivat nimenomaan hyödyntäneet näitä ohjeita. Varsinaiset laskut eivät aiheuta tehtävään hankaluuksia vaan nimenomaan kuvan hahmottaminen. Suorakulmaisia kolmioita voi muodostaa useaan kohtaan, ja ratkaisuun pääsee monella eri tavalla. Symmetrian hahmottaminen oli haasteellista. Tehtävä oli myös liian pitkä sillä perusteella, että neljä tehtävään vastannutta oli ratkaissut vain yhden etäisyyden neljästä. Tämä tehtävä olisi kenties sopivampi analyyttisen geometrian kurssille, vaikka ratkaisussa todellisuudessa käytetään nimenomaan trigonometriaa eikä analyyttisen geometrian menetelmiä.

Tutkimustehtävän vaikeustasoa piti yksi sopivana ja yksi kertoi, ettei ollut tajunnut toisen pisteen ratkaisua. Muut eivät ottaneet kantaa vaikeustason muutokseen. Muuta palautetta ei antanut kukaan.

Tehtävän 4 A. palautti 4 opiskelijaa. Tehtävä oli teoreettinen, kuten tutkimustehtävä 1 b-kohta. Pääsääntöisesti ratkaisuissa oli yritetty käyttää kosinilausetta, joka ei tähän tehtävään sovellu. Tällöin oli esitetty, että tunnettuja suureita tulisi olla enemmän, mikä on oikea päätelmä. Tehtävä oli kuitenkin ratkaistavissa ilman, että tunnetaan lisää suureita. Tällöin hyödynnetään kolmion kulmien summaa ja sinilausetta. Tehtävä olisi mahdollisesti saanut enemmän kiinnostusta, jos sen parina ei olisi ollut tehtävää 4 B, joka vaikutti opiskelijoiden mielestä yksinkertaisemmalta ratkaista.

Vaikeustasoon otti yksi opiskelija kantaa, ja hänen mielestään se oli sopiva. Toinen opiskelija sanoi palautteessa, että tehtävä oli hänen mielestään liian teoreettinen ja olisi toivonut kulmien arvoja. Muuta palautetta ei annettu.

Tutkimustehtävän 4 B. palautti 13 opiskelijaa. Pääsääntöisesti a-kohta oli osattu ratkaista ongelmitta kosinilausetta käyttäen ja tämän jälkeen muokattu joko km/h tai m/s nopeuden yksiköksi. Kaksi opiskelijaa oli yrittänyt ratkaista tehtävää suorakulmaisella kolmiolla, vaikka oppitunnin aiheena oli ollut kosinilause. Tässä hämäsi tehtävänannossa kohteen suunta itään. He olivat ymmärtäneet, että kohde kulkee kohteesta katsoen suoraan. Tehtävässä oli lisäksi se haaste, että kuva ei vastannut ratkaisua. Tämä oli tapahtunut epähuomiossa. Yksi opiskelija esitti parannusehdotuksessa, että kuva olisi voinut olla oikein ja jatkossa kuva todella voisi olla oikein.

Tehtävän b-kohta tuotti selvästi enemmän päänvaivaa kuin a-kohta. Haasteena oli hahmottaa mistä pituudesta oli kyse. Jos tämä oli hahmotettu oikein, saatettiin yrittää muodostaa suorakulmaista kolmiota virheellisesti. Monet saivat tämän kohdan ratkaistua oikein. Heistä lähes kaikki käyttivät kosinilausetta kulman ratkaisemiseen ja tämän jälkeen uudestaan pituuden selvittämiseen. Kosinilause olikin ehkä nopein ratkaisutapa, mutta myös sinilausetta olisi voinut käyttää kulman ratkaisemiseen. Tällöin kuvan virheellisyys olisi paremmin tullut esiin.

Kolme piti tehtävää sopivana, eikä kokenut, että vaikeustason olisi pitänyt muuttua. Yksi piti tehtävää helppona, mutta oli silti tarvinnut apua kaverilta. Kuusi opiskelijaa mainitsi tehtävän tekemisen syyksi ratkaisutavan selkeyden tai helppouden. Kolme mainitsi sen olleen kiinnostava. Tehtävä sai positiivista palautetta helppoutensa tähden yhdeltä opiskelijalta. Toinen opiskelija piti tehtävää yleisesti hyvänä. Lisäksi neljänsien tutkimustehtävien valinnaisuus oli yhdelle opiskelijalle mieleen, koska sai valita kahdesta tehtävävaihtoehdosta. Olisi ollut mielekästä tehdä vastaava valinnanmahdollisuus jatkossa, mutta tehtäviä oli valitettavan vähän, eikä tässä vaiheessa ollut mahdollisuutta enää etsiä uusia tehtäväaiheita. Tähänkin tehtävään olisi yksi opiskelija kaivannut lisää vinkkejä.

Tutkimustehtävän 5 palautti 11 opiskelijaa eli niukasti yli puolet. Neljä oli löytänyt tehtävässä olevan olennaisen virheen (etukontaktin ristikon risteyskohtien pinta-ala oli laskettu kahteen kertaan). Tehtävän oikein laskeminen tämän huomion jälkeen osoittautui haasteellisemmaksi. Käytännössä yhtälöstä tulee toisen asteen yhtälö, ja sen ratkaiseminen on hieman mutkikkaampaa.

Tehtävän ratkaisussa oli huomattu myös painovirhe toisen laskukokonaisuuden vastauksesta ja lopullisen vastauksen pyöristysvirhe. Nämä hämäsivät osaa opiskelijoista siten, että olennaisin virhe jäi etsimättä.

Jotkut olivat ymmärtäneet, että piikidepinta on ainoastaan kuvassa näkyvä sininen alue. Todellisuudessa piikidepinta on koko kennon alueella eli piikidepinnan ala on yhtä suuri kuin kennon pinta-ala. Kontaktiristikko on siis piikidepinnan päällä ja kykenee siten varjostamaan allensa jäävän pinta-ala-alueen. Tämän voisi jatkossa selventää tarkemmin.

Tehtävän kielentämisen osuus oli pääsääntöisesti melko niukkaa. Yksi opiskelija oli jättänyt kommentoimatta laskut. Yksi opiskelija oli ymmärtänyt kommentoinnin väärin ja vain kirjoittanut viivoille ”oikein” tai ”väärin”.

Palautteen mukaan vaikeustasoa piti sopivana neljä. Yksi koki, että tehtävän olisi pitänyt olla ”helpompi tai yksiselkisempi”. Sama opiskelija toivoi palautteessa yksinkertaistamista. Muut eivät ottaneet kantaa. Tehtävän tekemisen syiksi mainitsi yksi opiskelija tehtävän ’kivuuden’ ja yksi sen, että oli mielenkiintoista etsiä virhettä. Yksi opiskelija oli maininnut palautteessa, että samaan malliin jatkossa.

Tutkimustehtävän 6 palautti yhteensä 13 opiskelijaa. Pinta-alan ratkaiseminen oli tuottanut jonkin verran ongelmia. Klassinen virhe oli, että katon kaltevuutta ei ollut huomioitu. Tilanteen mittojen hahmottaminen kolmiulotteisesti oli siis haasteellista. Yhden vesikattopinnan lyhyen sivun pituus oli saatettu arvioida 14 metriseksi. Todellisuudessa se on $20-3\sqrt{5}$ m. Yllättävän moni oli ollut huolimaton, ja ratkaisu oli jäänyt tarvittavien maalilitrojen määrittämiseen. Lisäksi oli unohdettu jakaa tämä määrä purkin vetoisuudella 2,7 l. Tässä tehtävässä pyöristys ei mennyt matematiikan sääntöjen mukaisesti, vaan tilanne oli ymmärrettävä. Jos purkit eivät menneet tasan, oli otettava yksi purkki enemmän, vaikkei kaikkea maalia olisi tarvittukaan. Tämän tehtävän jälkeen syntyikin myöhemmin keskustelua vastaavanlaisessa tehtävässä oppitunnin aikana.

Ratkaisua helpotettiin määrittämällä molemmat varaston siivet yhtä suuriksi. Tämä oli sopiva helpotus, sillä ratkaisu tuotti jo näin riittävästi ongelmia. Neljä sai ratkaistua tehtävän hyvin ja kahdeksan osittain. Tehtävän vaativuustasoa piti kaksi opiskelijaa sopivana. Yhden mielestä tehtävän pitäisi olla yksinkertaisempi. Syiksi mainittiin tehtävän mukava vaikutelma, mielenkiintoisuus ja helppous sekä ’kivuus’.

Tutkimustehtävän 7 palautti 10 opiskelijaa. Kahdeksan oli löytänyt alarajan portaiden askelmien lukumäärälle, mikä ei vaatinut paljoa geometriaa. Sen sijaan etenemään liittyvät rajoitteet ja niiden vaikutus porrasaskelmien lukumäärään (maksimimäärään) oli haasteellista. Suuri osa oli kuitenkin hahmottanut, että ympyrän piiri tuli laskea ensin. Piirin laskemisessa yleisin virhe oli, että portaikon keskiaukon suuruus oli jätetty huomioimatta (säteeseen lisää 100 mm). Neljä oli osannut tehtävän kokonaan tai lähes kokonaan oikein.

Tehtävänannossa oli yksi virhe, joka ei vaikuta varsinaiseen ratkaisuun. Tehtävän esitiedoissa etenemälle ja nousulle määritellyt rajat olivat 1200 mm leveisiin portaikkoihin. Tehtävänannon portaat oli suunniteltu pienemmälle ympyrän alueelle. Siten todellisuudessa rajat hieman poikkeavat esitiedoista. Jatkossa tehtävänanto kannattaa muuttaa siten, että portaat suunnitellaan halkaisijaltaan 2600 mm alueelle. Tällöin itse ratkaisu on sama, mutta nousun ja etenemän rajat vastaavat todellisuutta. Kaksi opiskelijaa oli huomannut asian palautteissa. Neljän opiskelijan mielestä tehtävä olisi pitänyt olla helpompi tai helpommin ymmärrettävä. Muut eivät ottaneet kantaa.

Tutkimustehtävän 8 palautti 7 opiskelijaa. Monet olivat osanneet hahmottaa sekä talvipäivän että kesäpäivän seisauksen kuvat oikein. Toinen annettiinkin vinkkinä. Kahdessa vastauksessa talvipäivänseisauksessa ei ollut hahmotettu, että auringonsäteet tulevat etelästä päin. Seuraava virhe oli se, ettei löydettykään kuvasta, mikä kulma vastaa paneelin ja maan pinnan välistä kulmaa. Jos edeltävät oli osattu, niin seuraavaksi oli unohtunut pohtia sitä, pitäisikö suosituksia Tampereella muuttaa. Tehtävän tarkoituksena oli miettiä tilannetta oikeasti. Valitettavan harva pohti asiaa tarkemmin. Sen sijaan saattoi olla vain kommentti, että pitäisi muuttaa. Kaksi opiskelijaa oli kuitenkin pohtinut asiaa ajatuksella ja huomannut, että ohjeet toimivat hyvin nykyiselläänkin.

Tehtävän haasteellisuuteen oli yksi opiskelija ottanut kantaa ilmaisemalla, että tehtävä oli sopiva. Yhdessä palautteessa toivottiin, että esiteltäisiin jokin esimerkkitehtävä, josta voisi ottaa vinkkejä. Tästä eteenpäin esimerkkitehtäviä pyrittiin etsimään ja mainitsemaan, mistä esimerkiksi kirjan tehtävästä voisi saada apua. Muut eivät vastanneet kysymyksiin.

Tutkimustehtävän 9 palautti 10 opiskelijaa. Tämän tehtävän yksi kompastuskivi oli se, että pinnan pinta-alan oletettiin olevan ympyrän sisään sulkeutuva ala. Mutta tässä tehtävässä ei oltu määritelty ollenkaan pinnan muotoa. Tehtävästä tuli siten tarkoitettua monimutkaisempi. Joitakin pieniä ajatusvirheitä ilmeni, mutta pääsääntöisesti trigonometriaa osattiin hyödyntää. Kuuden opiskelijan ratkaisut olivat ihan mallikkaita.

Tehtävän haasteellisuutta piti yksi sopivana. Yhden mielestä tehtävää olisi pitänyt helpottaa. Muut eivät ottaneet kantaa. Mielenkiintoista on, että kaksi opiskelijaa mainitsi tehtävän valitsemisen syyksi mielenkiinnon tehtävän aihepiiriä kohtaan. Yksi koki tehtävän vaikuttaneen helpolta ja oli siksi palauttanut sen. Yksi ilmaisi palautteessa, että ”meni koko ajan sekaisin, että mitä halutaan”. Tehtävässä oli jonkin verran sen tyylistä tekstiä, mitä matematiikan tiedekirjallisuudessa käytetään. Tämä oli tietoinen valinta, jotta opiskelijat voisivat saada kokemuksen sellaisesta tekstistä.

Tutkimustehtävään 10 oli tarttunut 10 opiskelijaa. Kaikki olivat päässeet jyvälle ensimmäisestä laskusta ja hahmottaneet käytävään oikean pituisen lävistäjän. Suurin osa oli myös huomannut, että lopputulos on jokin avaruuslävistäjä. Avaruuslävistäjän sijainnin määrittäminen oli kuitenkin tuottanut monelle hankaluuksia. Sopivan sijainnin löytäneet olivat olettaneet, että tämän lävistäjän päät ovat käytävän päissä, mikä ei välttämättä toteudu, sillä tehtävässä ei määritetty käytävän pituutta. Mallikuva todennäköisesti johti tässä harhaan. Jatkoa ajatellen mallikuvan käytävät voisi hahmottaa pitemmiksi. Myös täysin onnistuneita ratkaisuja oli joukossa. Pääasiassa tehtävään oli tartuttu hyvällä pohdinnalla ja innokkaalla hahmottamisella. Myös kielentämistä löytyi hieman paremmin kuin tutkimustehtävän 5 ratkaisuissa. Vaikeustasossa yksi koki, että tehtävän olisi pitänyt olla helpompi. Yksi ilmaisi, että hän ei vain itse osannut tehtävää, mutta ei varsinaisesti ottanut tehtävän vaikeustasoon kantaa. Muut eivät vastanneet kysymykseen. Varsinaista palautetta ei myöskään annettu.

Tutkimustehtävän 11 teki 6 opiskelijaa. Kaksi heistä oli hahmottanut leikkauskuvan oikein. Heistä toinen oli saanut määrityksetkin kohdalleen. Ratkaisuissa hyödynnettiin kuvaan muodostuvia yhdenmuotoisia kolmioita. Näitä kolmiovaihtoehtoja, joiden avulla tehtävä oli ratkaistavissa, oli useita. Yksistään Pythagoraan lauseella, jota oli yritetty useammassa ratkaisussa, ei ollut mahdollista päästä lopputulokseen. Toinen virheellinen ajatus oli se, että pienempi kulma, jonka sivuina ovat jana h ja jana DE olisi 45°. Näin ei ole esimerkiksi sillä perusteella, että jana DF ja DA eivät ole yhtä pitkät ja h on yhdensuuntainen janan DC kanssa.

Tutkimustehtävän vaativuuteen yksi oli maininnut, että vaativuustasoa ei tarvitse muuttaa. Tehtävää lähdettiin suorittamaan, koska se vaikutti kivalta. Ainoassa palautteessa toivottiin, että kirjasta annettaisiin sivunumeroita, joiden avulla voi saada apua.

Tutkimustehtävään 12 vastauksia tuli 13 opiskelijalta. Tehtävää oli pidetty helppona, osan mielestä liian helppona. Suurin osa oli laskenutkin tehtävän oikein. Joitakin ajatusvirheitä oli eksynyt joukkoon tilanteen hahmottamisessa tai laskemisessa. Massan laskeminen lasketusta ja annetusta arvosta ei ollut kaikille aivan selvä. Ei osattu ottaa avuksi yksikköjä sen päättelemiseen, pitääkö kertoa vai jakaa. Varsinaista palautetta tehtävä ei saanut.

Tutkimustehtävän 13 teki 9 opiskelijaa. Suurin osa yritti ratkaista vähintään 5 erilaista poistettavaa muotoa. Ympyrälieriöiden tilavuuksien määrittäminen ei tuottanut ongelmia. Vaikein määritys oli lieriö, jonka pohjana oli suorakulmainen kolmio sekä pyöristyksissä poistettavan lieriömuodon määrittäminen. Myös näihin olivat yksittäiset opiskelijat vastanneet oikein. Huolimattomuusvirheitä tuli selvästi niille, jotka eivät kuvilla tai sanoin eritelleet kaikkia laskettavia muotoja eli eivät kielentäneet laskuaan lainkaan. Tällöin jokin muoto unohtui helposti. Tehtävän vaikeus oli ensisijaisesti sen pituus. Useiden muotojen tilavuuksien määrittäminen ei niinkään ollut vaikeaa.

Vaikeustasoa piti kaksi opiskelijaa sopivana. Yksi piti tehtävää liian pitkänä. Muut eivät ottaneet kantaa. Palautteessa yksi opiskelija koki, että vinkit olivat ehkä liiankin hyvät.

Tutkimustehtävän 14 teki 5 opiskelijaa. Kolme oli hahmottanut ongelman oikein tasossa. Yksi hahmottanut tilanteen, mutta suureilla ratkaiseminen oli osoittautunut haasteelliseksi. Kolmiulotteinen mallinnus ei ollut onnistunut keneltäkään. Tämä oli ilmeisen vaikea tehtävä. Kolmiulotteiseen mallintamiseen oli annettu esimerkkitehtävä, jonka ratkaisua hyödyntäen pääsi hyvin lähelle ratkaisua. Ilmeisesti sen tutkiminen oli jäänyt opiskelijoilla vähälle. Vaativuustasoon ei otettu kantaa, eikä tehtävästä tullut muutakaan palautetta.

Tutkimustehtävän 15 oli vielä jaksanut pakertaa 4 opiskelijaa. Ensimmäinen tilanne oli osattu hahmottaa oikein. Toisen ja kolmannen tilanteen hahmottamisessa puolella vastaajista oli hankaluuksia. Toiset kaksi olivat osanneet löytää yhteyden kuution sivun pituudelle ja pallon säteelle sekä muodostaa oikein lausekkeet näiden laskemiseksi.

Yksi opiskelija ilmaisi, että tehtävän olisi pitänyt olla helpompi. Muut eivät ottaneet kantaa. Muuta palautetta ei annettu.

12.2 Vierailut

TTY:n vierailu

TTY:n vierailuun osallistui lopulta 11 opiskelijaa. Ilmoittautuneita oli kuitenkin maksimimäärä (12 opiskelijaa), ja vaikutti siltä, että toisessa matematiikan ryhmässä olisi ollut kiinnostuneita enemmänkin. Vierailun päätteeksi opiskelijat vastasivat vierailua koskevaan kyselyyn (liite A) Liitteessä E (taulukko 4E) on esitetty taulukossa tulokset kyselyyn vastanneiden palautteista. Kahden ensimmäisen kysymyksen pisteytys määritettiin samalla tavalla kuin tutkimustehtävistä saadussa palautteessa vastaavien kysymysten kohdalla (taulukko 6). Tehdyn palautekyselyn mukaan vierailutehtävä oli jonkin verran mielenkiintoinen ja vaativuustasoltaan sopiva, ei vaikea eikä helppo (K1 ja K2). Yksi opiskelija olisi toivonut haasteellisempaa tehtävää, mutta huomioi, että tällöin aikaakin olisi tarvinnut enemmän. Toinen opiskelija olisi toivonut tehtävämonisteeseen visuaalista selkeyttä. Kaikki olivat yksimielisiä siitä, että tehtävää havainnollistettiin ja selitettiin riittävästi (V3). Yhdelle opiskelijalle oli silti jäänyt epäselväksi joitakin tehtävään liittyviä asioita. Yksi ei ottanut kantaa tähän väitteeseen, vaikka sanallisesti myönsi olevansa ”ihan kujalla laskuista”(V4). Suurimman osan mielestä tehtävä havainnollisti geometrian hyödyntämistä tekniikan alalla ja tulisi vastaavanlaiselle vierailulle uudestaan(V5 ja V6). Kahta lukuun ottamatta opiskelijat olivat kiinnostuneita opiskelemaan lukion jälkeen vierailukohteessa (V7). Nämä kaksi olivat samat, jotka eivät päässeet tehtävässä kunnolla vauhtiin avusta huolimatta.

On otettava huomioon, että vierailuille osallistuminen oli vapaaehtoista. Osalla opiskelijoista oli mahdollisuus saada vierailusta tutkimustehtäväsuoritus, mutta vaikutti siltä, että suurin osa osallistui TTY:n vierailulle mielenkiinnosta opiskelupaikkaa kohtaan. Tämä näkyy myös palautteen vastauksista. Kyselyyn vastanneiden ei voi olettaa kuvaavan vastauksillaan koko perusjoukkoa eli kaikkia ensimmäisen lukiovuoden opiskelijoita. Vierailulle halukkaita ei ollut tutkittavan kurssin opiskelijoita riittävästi, minkä vuoksi vierailulle otettiin mukaan halukkaita rinnakkaiselta geometrian kurssilta. Toisaalta tästä ei voida päätellä, ettei kukaan, joka ei osallistunut vierailuun, olisi voinut pitää vierailusta.

Vierailun jälkeen käytiin palautekeskustelu yhdessä vierailun yhteistyöhenkilön kanssa. Vierailu oli molempien osapuolien mielestä onnistunut. Jatkoa ajatellen parannettavana olisi ollut vierailuun valmistautuminen sitä osin, että koulun yhteistyöhenkilö olisi etukäteen käynyt laboratoriossa ja tutustunut siellä vierailun kulkuun (demovierailu). Tällöin olisi mahdollisuus huomioida vielä paremmin vierailulle tulevien lähtökohdat. Toteutetun vierailun kannalta asian puuttuminen ei kuitenkaan tuottanut onneksi ongelmia, vaan itse tutustuminen ja mittausten tekeminen laboratoriossa sopi hyvin jatkumona vierailun alussa läpikäytyyn teoriaan ja ajoi siten hyvin asiaansa. Vastaavanlaisten vierailujen järjestäminen on jatkossa hyvin mahdollista ja niihin on nyt olemassa yksi muokattavissa oleva pohja.

TAMKin vierailu
TAMKin vierailuun osallistui lopulta kolme, vaikka ilmoittautuneita oli seitsemän. Tämä oli valitettavan pieni määrä, ja siten vierailulla toteutetun palautekyselyn tulokset kuvaavat hyvin pienen otannan kokemusta (liite E, Taulukko 5E). Palautteen perusteella on kuitenkin havaittavissa kehitysideoita, joita vierailun aikana syntyi. Palautekyselyyn vastanneiden mielestä rollaattoritehtävä oli jonkin verran mielenkiintoinen ja jyrsintehtävä hieman mielenkiintoisempi. Rollaattoritehtävä oli helppo ja jyrsintehtävä helpon ja vaikean välissä. Molempia tehtäviä havainnollistettiin ja selitettiin riittävästi, eikä niistä jäänyt juurikaan epäselviä asioita. Tehtävät havainnollistivat opiskelijoiden mielestä geometrian hyödyntämistä tekniikan alalla. Kaksi opiskelijaa tulisi vastaavanlaiselle vierailulle uudestaan. Yksi ei osannut sanoa. Kukaan ei ottanut kantaa väitteeseen opiskelupaikan kiinnostavuudesta lukio-opintojen jälkeen.

Niin TTY:n kuin TAMKin vierailulle osallistuneet tulivat vapaaehtoisesti. Kiinnostus tälle vierailulle ei kuitenkaan ollut kovin suuri, sillä opiskelijoita ei ilmoittautunut täyttä määrää. Lisäksi tuli viime hetken peruutuksia. Tämä näkyy myös vierailulle osallistuneiden vastauksissa erityisesti viimeiseen väittämään. Opiskelijat eivät osanneet sanoa kiinnostaisiko heitä TAMK jatko-opintopaikkana. Kiinnostuksen kohteiden kyselyssä ammattikorkeakoulu oli myös selvästi harvemmalla opiskelijalla suunniteltu jatko-opiskelupaikka (luku 9.1).

Vierailun jälkeen käytiin palautekeskustelu yhdessä vierailun yhteistyöhenkilöiden kanssa. Tapaa yhdistää vierailuun tehtävä pidettiin mielenkiintoisena. Jotain vastaavaa on aiemmin toteutettu ilman esitehtävää. Yhteistyöhenkilöt kokivat, että jotain vastaavanlaista voitaisiin toteuttaa jatkossa, mutta se voisi olla koko päivän kestävä tapahtuma, jossa opiskelijat voisivat kiertää myös muita osastoja. Jo aiemmin mainittu haaste laskujen testaamisesta etukäteen tuli esiin kehitysajatuksena jatkoon nähden. Vierailua leimasi sille osallistuneiden opiskelijoiden vähyys, minkä vuoksi kyselytuloksille ei annettu kovin suurta painoarvoa.

12.3 Alku- ja loppukyselyt

Alkukyselyyn osallistui 19 opiskelijaa. Heistä viisi keskeytti kurssin. Loppukyselyyn osallistui 15 opiskelijaa, mutta heistä yksi ei osallistunut alkukyselyyn. Jotta alku- ja loppukyselyn tuloksia voitaisiin verrata keskenään, tuloksissa huomioitiin vain ne, jotka olivat osallistuneet molempiin kyselyihin. Siten tulokset koostuvat 14 opiskelijan vastauksista.

Kurssin alkukyselyssä pyrittiin saamaan taustatietoja opiskelijoiden senhetkisestä matematiikkakuvasta. Kysely koostui 31 väitteestä ja kahdesta avoimesta kysymyksestä. Kysymyksissä pohdittiin, missä ammateissa matematiikan osaaminen on tärkeää ja missä ei. Kyselyn väitteistä 19 kpl oli vastaavia kuin Joutsenlahden väitöskirjan tutkimuksessa, joista suurin osa on samoja kuin kansainvälisessä IEA-tutkimuksessa. Väitteet voidaan jakaa neljään ryhmään seuraavasti:

1. Matematiikka tieteenä (väittämät 1–6)
2. Matematiikka ja minä (7–13)
3. Matematiikan opetus (16, 18–22)
4. Matematiikan hyödyllisyys (14–15, 17, 23–31)

Joutsenlahden tutkimuksesta poiketen väite 10 on sijoitettu Matematiikka ja minä -otsikon alle Matematiikan opetus -ryhmän sijasta, sillä se kuvastaa muiden väitteiden ohella matematiikan oppimiseen liittyviä motivationaalisia taustoja. (Joutsenlahti 2005) Kyselyvastaukset koottiin taulukkoon, joka löytyy liitteestä E (taulukko 1E).

Matematiikka tieteenä

Yli 50 % opiskelijoista hyväksyi neljä väitettä kuudesta väittämästä. Vastaajien mielestä matemaattinen ala sopii hyvin luovalle ihmiselle (V1) ja matematiikka auttaa ajattelemaan loogisesti (V6). Lisäksi heidän mielestään yritystä ja erehdystä voidaan käyttää matematiikan tehtävien ratkaisemisessa (V4) ja arviointikyky on tärkeä matemaattinen taito (V2). Tasan puolet opiskelijoista koki, että matematiikka on joukko sääntöjä (V3). 28,6 % opiskelijoista hylkäsi väitteen ja 21,4 % vastasi ”en osaa sanoa”. Joutsenlahden tutkimuksessa väitteen hyväksyi 67,2 % ja hylkäsi 25,3 %. Väitteen hyväksyjiä on tässä tutkimuksessa vähemmän, mutta kantaa ottamattomia enemmän. 42,9 % hylkäsi väitteen ”Matematiikassa ei ole tehty uusia oivalluksia pitkään aikaan”. Yhtä suuri määrä ei ottanut kantaa väitteeseen (V5). Joutsenlahden tutkimuksessa 53 % vastaajista vastasi samaan väitteeseen, ettei osaa sanoa, ja 37 % hylkäsi väitteen.

Matematiikka ja minä

Vastaajat ilmaisivat selkeästi kantansa suhteestaan matematiikkaan, sillä kaikissa seitsemässä väittämässä vastausjakauma oli yli 50 % opiskelijoista eli oli joko samaa mieltä (”++” tai ”+”) tai eri mieltä (”- -” tai ”-”). Ryhmän opiskelijoiden mielestä matematiikka on kiinnostavaa (V9). Oppilasryhmästä löytyy siten persoonallista intressiä ja motivaatiota matematiikan opiskelemiseen (luku 4.4). Vastaajat kokevat autonomiaa oppimisessa eli voivansa vaikuttaa onnistumiseen (V7). Tämä on osaltaan voinut vahvistaa matematiikan mielenkiintoisuutta (luku 4.1). He hylkäävät väitteen ”Minä en ole kovin hyvä matematiikassa”, mikä poikkeaa Joutsenlahden tuloksesta, jossa vastaukset jakaantuivat tasaisemmin (V8). Opiskelijoilla on kokonaisuudessaan luottamus omaan pystyvyyteen. Tämä yhdessä persoonallisen intressin kanssa voi tuoda opiskeluun sitkeyttä, jota kuvastaa opiskelijoiden valmius työskennellä pitkänkin aikaa uuden asian ymmärtämiseksi (V12) (luvut 4.3 ja 4.4). Opiskelijoiden opiskelun tavoitteena on saavuttaa hyvä arvosana, mikä viittaisi suoritusorientaatioon (luku 4.5). Niukka enemmistö ei pidä tehtävistä, joihin vastaus on suoraan esitetty. Se tukee edellisiä vastauksia, joiden perusteella voisi olettaa opiskelijoilla olevan enemmän lähestymismotivaatiota (luku 4.2) kuin välttämismotivaatiota (luku 4.2). Tunnetilaa kuvaavaa onnistumisen iloa kokevat kaikki itse ratkaistusta tehtävästä (V11). Vastausten perusteella opiskelijaryhmän opiskelijat ovat motivoituneita matematiikan opiskelijoita.

Matematiikan opetus

Matematiikan opetukseen liittyvät uskomukset ja mielipiteet eivät olleet niinkään selkeitä. Kuudesta väittämästä vain kahdessa opiskelijoiden kannanotto ylitti 50 % rajan vastausjakaumassa. He ilmaisivat kuitenkin hyvin vahvasti, että laskimen käyttö ei vähennä matematiikan oppimisen merkitystä (V16). Myös sanallisia tehtäviä pidettiin selvästi hyödyllisinä (V19). Sen sijaan yli puolet ei osannut ottaa kantaa siihen pitäisikö opetuksessa kiinnittää enemmän huomiota käytännön sovelluksiin. Kantaa ottaneet olivat kuitenkin yksimielisiä siitä, että käytännön sovelluksia pitäisi lisätä (V20). Sama on havaittavissa myös vastausjakauman pienessä hajonnassa. Tämä tulos poikkeaa selvästi Joutsenlahden saamasta tuloksesta, jossa enemmistö lisäisi käytännön sovelluksien käsittelyä. Opiskelijoista tasan puolet ei pidä matematiikan opiskelua yksipuolisena, mihin 35,7 % ei ottanut kantaa (V21). Kuitenkin 42,9 % opiskelijoista haluaisi monipuolisuutta matematiikan opiskeluun(V18). Valitettavasti vastaava määrä ei ottanut kantaa tähän muutokseen. Kysymykseen tullut hajonta saattaa johtua samoista syistä, joita Väänänen (2014) käsittelee Pro Gradu -tutkielmassaan. Monipuolistaminen voi käytännössä tarkoittaa kovin erilaisia asioita. Opiskelijat saattavat pelätä, että monipuolisuus olisi kytköksissä monimutkaisuuden kanssa ja sitä ei niinkään toivota. Kuitenkin tässä kysymyksessä kovin harva piti matematiikan opiskelua yksipuolisena, joten ei ole ihme, ettei monipuolistaminen senkään vuoksi saanut suurta kannatusta. Suurin hajonta on väitteessä, joka liittyy näkemykseen matematiikan opiskelun käytännönläheisyydestä (V22). Tasan puolet vastasi tähän väitteeseen, ettei osaa sanoa. Kantaa ottaneet kokivat hieman voimakkaammin, ettei opiskelu ole käytännönläheistä. Opiskelijoille voi olla myös hieman epäselvää se mitä käytännönläheisyydellä tarkoitetaan. Kuten tässä tutkimuksessa on tullut esiin, käytännönläheisyys voi viitata kovin lähelle tai hyvinkin kauas arkielämän tilanteista.

Matematiikan hyödyllisyys

Tämän väiteryhmän sisällä vain kahteen väittämään kahdestatoista ei löytynyt vastausjakaumasta yli 50 % kannanotto. Opiskelijoiden mielestä matematiikkaa tarvitaan yhä useammilla aloilla ja kehityksessä mukana pysymiseksi (V23 ja V24). Lisäksi he ymmärtävät matematiikan keskeisyyden tekniikan alalla (V25). Väitteen ”Useimmissa ammateissa matematiikan tiedot ovat välttämättömiä” enemmistö hyväksyi, mutta hieman epävarmempia oltiin väitteen ”Useimmat ihmiset eivät käytä matematiikkaa työssään” suhteen. 50 % ei ottanut kantaa ja 42 % hylkäsi väitteen (V17 ja V27). Myös väitteeseen ”Suurin osa matematiikasta on käyttökelpoista työelämässä” vastaamisessa oli epävarmuutta (V30). Tasan puolet hyväksyi väitteen, puolet ei osannut sanoa. Opiskelijat kokivat, että matematiikka tulee olemaan heille tarpeellista jatko-opinnoissa, ja he haluaisivat työskennellä ammatissa, jossa saa käyttää matematiikkaa (V15 ja V28). Heidän mielestään matematiikan osaaminen on tärkeää, jotta saisi hyvän työpaikan (V26). Opiskelijoiden mielestä työelämän lisäksi matematiikkaa tarvitaan jokapäiväisessä elämässä, sillä siitä on hyötyä jokapäiväisten ongelmien ratkaisemisessa (V31, V29 ja V14). Kislenkon (2005) tutkimuksen mukaan oppilaat yleisesti pitävät matematiikkaa hyödyllisenä ja työskentelevät ahkerasti oppitunneilla, mutta matematiikan opiskelua leimaa tylsyys. 11. vuoden opiskelijat pitivät matematiikkaa selvästi vähemmän hyödyllisenä kuin 9. luokan oppilaat. Ilmeisesti kurssiin osallistuneilla opiskelijat ovat lähempänä tätä 9. luokan opiskelijoiden näkemystä.

Kysymyksessä 32 pyydettiin mainitsemaan ammatteja, joissa matematiikan osaaminen on tärkeää. Opiskelijat mainitsivat seuraavia ammatteja: (Sulkuihin on merkitty mainintakertojen lukumäärä, jos mainintoja oli enemmän kuin yksi.)

- insinööri (5), ohjelmoija, rakennusinsinööri, arkkitehti (2)
- ydinfyysikko
- lääkäri (5), sairaanhoitaja (2), lähihoitaja
- matematiikan opettaja (4), opettaja (2)
- kaupan-ala, myyjä, kassa (2),
- pankkivirkailija (2), pankinjohtaja
- yrittäjä
- kirjanpito
- kaavoittaja
- suunnittelija.

Teknisiä ammatteja on mainittu suhteessa eniten, mitä tukee myös väitteen 25 hyväksyminen.

Kysymykseen ammateista, joissa matematiikan osaamista ei tarvita, opiskelijat mainitsivat seuraavia: siivooja (5), urheilija, rallikuski, rauhanturvaaja, atk-asiantuntija, kirjailija, näyttelijä, malli, roskakuski. Kaksi vastasi, että ei ole tai ei tule mieleen ja neljä jätti vastaamatta tähän kysymykseen.

Loppukysely

Kurssin loppukyselyssä pyrittiin selvittämään olivatko jotkin matematiikan opetukseen ja hyödyllisyyteen liittyvät näkökulmat muuttuneet kurssitoteutuksen aikana. Lisäksi pyrittiin saamaan palautetta toteutuksesta, jotta voitaisiin saada näkemystä siitä, mitä mahdollisesti jatkossa vastaavanlaisessa toteutuksessa olisi hyvä muuttaa ja kehittää. Kysely koostui 31 väitteestä ja neljästä avoimesta kysymyksestä. Loppukyselyn ensimmäiset kymmenen kysymystä olivat samat kuin alkukyselyssä. Ne voidaan jaotella kuten alkukyselyn väitteet kahteen ryhmään, Matematiikan opetukseen (4–6) ja hyödyllisyyteen (1–3, 7–10). Seuraavat seitsemän väittämää (11–17) koskivat kielentämiseen liittyviä elementtejä. Vastaavia väittämiä on käytetty kielentämistä koskevissa tutkimuksissa (Väänänen 2014, Sarikka 2014) Väittämät (18–28) mittasivat opiskelijoiden mielipiteitä toteutuskerrasta ja viimeiset kolme (29–31) yleistä mielikuvaa vierailukäynneistä. Näihin kolmeen kysymykseen vastasivat vain ne, jotka olivat olleet vierailulla. Kyselyn vastauksien tulokset koottiin taulukkoon, joka on liitteessä E (taulukko 2E). Lisäksi laadittiin taulukko, jonka avulla voitiin verrata alku- ja loppukyselyssä käytettyjä samoja väitteitä toisiinsa (liite E, taulukko 3E).

Matematiikan opetus ja hyödyllisyys (vertailu alkukyselyyn)
Matematiikan opetukseen ja hyödyllisyyteen liittyvistä väittämistä vain yksi ei ylittänyt opiskelijoiden kannanoton 50 %:n rajaa vastausjakaumassa. Tämä väite liittyi matematiikan monipuolistamiseen. 64,3 % vastasi tähän ”en osaa sanoa” ja 28,6 % halusi monipuolisuutta (V4). Väitteen hylkäsi kuitenkin harvempi kuin alkukyselyssä, ja siten keskiarvo oli sama molemmissa kyselyissä. Ilmeisesti monipuolisuutta olisi hyvä tarkentaa, jos halutaan kuulla opiskelijoiden kanta. Sanallisia tehtäviä pidettiin edelleen hyödyllisinä, mutta hyväksyjiä oli hieman vähemmän kuin alkukyselyssä (V5). Joku opiskelija mahdollisesti ei pitänyt kurssitoteutuskerran tutkimustehtäviä hyödyllisinä - riippuu tietysti mistä näkökulmasta hyödyllisyyttä tarkastellaan oppimisen vai vaikkapa matematiikkakäsityksen näkökulmasta.

Suurin ero keskiarvoon oli mielipiteissä matematiikan opiskelun käytännönläheisyydestä. Lievä opiskelijoiden enemmistö hyväksyi väitteen käytännönläheisyydestä, kun alkukyselyssä puolet ei ottanut kantaa asiaan. Tällöin keskiarvo kallistui hylkääjien puolelle (V6). Hylkääjien osuus oli selvästi pienempi loppukyselyssä. Osa opiskelijoista sai toteutuskerran aikana lisää ymmärrystä siitä, miten matematiikan opiskelu voi olla lähellä käytäntöä ja uskalsi ottaa positiivisemman kannan.

Matematiikan hyödyllisyyteen liittyviin väittämiin opiskelijat vastasivat hyvin samalla tavalla kuin alkukyselyssä. Matematiikan hyödyllisyys jokapäiväisten ongelmien ratkaisemisessa vahvistui niiden osalta, jotka eivät ottaneet asiaan kantaa alkukyselyssä. Yksi opiskelija hylkäsi väitteen alkukyselystä poiketen. Kokonaisuuteen nähden asia on merkityksetön, mutta mielestäni on aiheellista pohtia syytä tähän. Käytännön esimerkit olivat tekniikan alalta eivätkä jokapäiväisestä elämästä, ja siten yhteen asiaan fokusoiminen aiheuttaa sen, että näkemys käytännön sovelluksista voi jäädä kapeaksi. Sama ilmiö voinee olla taustalla myös väitteen ”useimmissa ammateissa matematiikan tiedot eivät ole välttämättömiä” kohdalla. Yhden opiskelijan väite muuttui hylkääjistä hyväksyjiin kyselyiden välillä (V3). Keskiarvoon tämä ei kuitenkaan vaikuta. Matematiikka ja sitä osaavat koettiin edelleen tarpeellisiksi yhä useammilla aloilla ja keskeisenä tekniikan alalla (V7, V8 ja V9). Näistä ensimmäisen ja viimeisen hyväksyminen vahvistui alkukyselyyn nähden, sillä opiskelijat ottivat alkukyselyä paremmin kantaa väitteeseen. Peruskoulussa matematiikan tärkeyttä on perusteltu muun muassa sillä, että matematiikan osaaminen on tärkeää, jotta saisi hyvän työpaikan (V10) (Joutsenlahti 2005). Tämän hyväksyi edelleen suurin osa opiskelijoista, eikä tuntuvaa muutosta alku- ja loppukyselyjen välillä ollut.

Kysymykseen ammateista, joissa matematiikan osaaminen on tärkeää, ei vastattu aivan yhtä aktiivisesti kuin alkukyselyssä. Mainitut ammatit olivat:

- insinööri (5), tekniikan ala, arkkitehti (4), rakennusala (2) kemisti,
- matemaatikko,
- tietokonepelien kehittämisessä työskentelevät
- lääkäri(2), hoitoala,
- kaupan ala (2), kassa,
- matematiikan opettaja (2),
- graafikko,
- sosiaaliala,
- pankkiiri.

Näissä tekniikan alojen ammatteja on kuitenkin mainittu enemmän kuin alkukyselyssä.

Matematiikan kielentäminen

Matematiikan kielentämiseen liittyvissä kysymyksissä mielipiteet vaihtelivat jonkin verran, mikä osittain johtuu opiskelijoiden erilaisista opiskelustrategioista. Geometriassa on varsin oleellista kuvien piirtäminen, ja opiskelijat piirsivät tai tarkensivat valmiita tilannekuvia tutkimustehtävien ratkaisuissaan. Kyselyn mukaan suurin osa opiskelijoista piirtää usein tilannekuvan tehtävästä helpottaakseen ratkaisemista. He kokevat, että se auttaa ymmärtämään tehtävää paremmin (V12 ja V14). Sen sijaan sanallisen kirjoittamisen tuoma apu ei niinkään saa kannatusta. 50 % opiskelijoista hylkää väitteen ja 35,7 % ei ota kantaa (V13). 50 % opiskelijoista pitää sanallisten perustelujen kirjoittamista hankalana (V11). Yksittäisten opiskelijoiden vastauksia tarkastelemalla voidaan huomata, että näihin väitteisiin vastattiin samansuuntaisesti. Ne, jotka hyväksyivät edellisen, hyväksyivät myös jälkimmäisen tai eivät ottaneet kantaa. Hylkäyksiin vastattiin samoin. Väitteiden 11 ja 13 korrelaatio oli 0,613. Voidaan siis päätellä, että osalla opiskelijoista ei ole työkaluja monipuoliseen kielentämiseen, erityisesti luonnollisen kielen käyttöön. Siksi he eivät pidä sitä hyödyllisenä. Toisaalta opiskelijat eivät mielellään selitä muille ratkaisuaan (V15). Matematiikan tehtävän ratkaisussa puolet opiskelijoista tekee ajatustyön päässään ja kirjoittaa paperille vain välttämättömän. Puolet toimii päinvastoin. Opiskelijoiden mielipide väitteeseen ”Sellaista tehtävää, jossa on selitetty vaiheita luonnollisella kielellä, on helpompi ymmärtää kuin sellaista, jossa on vain matematiikan symbolikieltä” jakaantuu tasaisesti. Tämä saattaa osaltaan johtua siitä, että osa opiskelijoista mahdollisesti peilaa väitettä kurssin tutkimustehtäviin, joissa aihepiiriin liittyviä tekstejä selitettiin luonnollisella kielellä. Nämä tehtävät olivat haasteellisia ja monissa tehtävissä saattoi olla uusia käsitteitä ja sanoja. Tehtävänannot olivat selvästi pitempiä kuin tehtävissä yleensä. Opiskelijat olivat tähän mennessä käyneet korkeintaan lukion pitkän matematiikan ensimmäisen ja toisen kurssin ja siten matematiikan symbolikielen uusia ilmauksia ei välttämättä ollut esiintynyt vielä runsaasti. Toisaalta käsitteet ”luonnollinen kieli” ja ”matematiikan symbolikieli” saattoivat olla epäselviä opiskelijoille, sillä näitä termejä ei käsitelty tunnilla.

Geometrian kurssin toteutuskerran onnistuminen

Kahdeksassa väitteessä yhdestätoista oli valittu yli puolet jompaakumpaa kannanottoa. Opiskelijoista suurimman osan mielestä (64,3 %) geometrian kurssilla kiinnitettiin riittävästi huomiota sovelluksiin (V18). Alkukyselyssä 35,7 % opiskelijoista oli toivonut käytännön sovelluksiin suurempaa huomiota, mutta heistä alle puolet oli ilmoittanut kantansa loppukyselyssä, eivätkä nämä kaksi väitettä korreloineet vahvasti. Kaikki opiskelijat (100 %) kokivat, että tutkimustehtävät havainnollistivat sitä mihin geometriaa hyödynnetään tekniikan alalla. Tässä tavoitteessa oli opiskelijoiden mielipiteen perusteella onnistuttu hyvin (V19). Opiskelijoiden mielipiteet olivat jakautuneet hyvin tasaisesti väitteiden ”Tutkimustehtävät tekivät matematiikan kurssista liian raskaan” ja ”tutkimustehtäviä oli liikaa” kohdalla (V20 ja V22). Yksittäisten opiskelijoiden vastaukset korreloivat tässä selvästi (korrelaatio 0,71), eikä kukaan ilmaissut päinvastaista kantaa. Kuitenkin opiskelijat kokivat, että tutkimustehtävät monipuolistivat matematiikan opetusta ja että vastaavanlaisia tehtäviä olisi hyvä käsitellä muillakin matematiikan kursseilla (V21 ja V23). Opiskelijoiden enemmistö voisi osallistua vastaavanlaiseen kurssitoteutukseen (V28). Vain yksi opiskelija otti kielteisen kannan tähän väitteeseen.

Neljä kysymystä koski tutkimustehtävien käytännön toteutusta. Opiskelijat pitivät Moodle-oppimisympäristöä hyvänä tiedon välittäjänä (V24). Noin puolet hyödynsi Moodlessa jaettuja ratkaisuvinkkejä ja puolet ei (V26). Suurin osa tunsi saaneensa riittävästi apua tutkimustehtävien tekemiseen (V25). Yksi opiskelija, joka hylkäsi väitteen, ei ollut hyödyntänyt Moodlessa jaettuja ratkaisuvinkkejä, mikä selittänee osaltaan kannanottoa. Lievä enemmistö teki tutkimustehtäviä yksin, vähemmistö yhdessä toisen tai toisten opiskelijoiden kanssa (V27).

Viimeisenä oli tutkimustehtäviä koskevia avoimia kysymyksiä ja mahdollisuus antaa parannusehdotuksia. Tutkimustehtävien hyviksi puoliksi mainittiin: (Sulkuihin on merkitty mainintakertojen lukumäärä, jos mainintoja oli enemmän kuin yksi.)

- näkee käytännön matematiikkaa (4).
- mukavuus ja kivuus (2)
- laskurutiinin saaminen
- haasteellisuus.
- Tutkimustehtävien huonoiksi puoliksi mainittiin:
- haastavia tai vaikeita (7)
- liian monimutkaiset selitykset
- ei niin kivat tehtävät
- läksyjen määrä.

Kaiken kaikkiaan opiskelijat olivat kokeneet hyvänä saada ”hahmotusta siitä millä aloilla hyödynnetään” geometriaa ja mahdollisuutta päästä ”näkemään käytännön matematiikkaa”. Monet tehtävät koettiin selvästi ”liian haastaviksi”, vaikka haasteellisuutta ylipäänsä ei pidetty huonona asiana. Tämä näkyi myös parannusehdotuksissa, joita tuli vain kaksi. Toisessa ehdotettiin helpompien tehtävien tekoa ja toisessa joidenkin tehtävien osalta parempaa selvyyttä. Osaa tehtävistä pidettiin kivoina ja mukavina. Tämä on havaittavissa myös yksittäisistä tehtävistä saaduista palautteista (luku 12.1).

Opiskelijat mainitsivat seuraavat tutkimustehtävät, jotka olivat jääneet mieleen:

- T1, koska se liittyi TTY:n vierailuun. (2)
- T6, koska en osannut tehtävää oikein,
- T9, koska oli koneita
- T10, koska tehtävässä kysyttiin kysymystä
- T12, koska se oli (liian) helppo (2)
- T13, koska se liittyi TAMKin vierailuun.

Tutkimustehtävien 10 ja 12 mieleen jääminen liittyi tehtävän luonteeseen ja tutkimustehtävän 9 aihepiirin kiinnostavuus palautti tehtävän mieleen. Mielenkiintoista on, että kolme opiskelijaa mainitsi tehtävän, jota oli käsitelty vierailulla, mikä vahvistaa vierailulla koetun jäämistä muistiin helpommin kuin tunnilla käsitellyn. Tutkimustehtävä 6 oli muistunut mieleen omasta kokemuksesta.

Vierailukäynnit

Vierailukäynteihin liittyviin väittämiin otettiin kantaa melko yksimielisesti. Vierailut koettiin hyvänä lisänä sovellusten havainnollistamisessa, ja vierailulla opittiin uutta. Moni koki myös, että vastaavanlaisia vierailuja, joissa tehdään tehtävä kurssialueen aihepiiriin liittyen, olisi hyvä olla muillakin matematiikan kursseilla. Näihin kysymyksiin vastasivat vain vierailulla olleet, joten heidän osaltaan vierailu oli mielekäs lisä. Vastauksia tukee myös vierialuissa tehdyt kyselyt (luku 12.2).

12.4 Opiskelijoiden motivaatio tutkimustehtävien tekemiseen

Luvussa 12.2 tuli jo jonkin verran esille opiskelijoiden mainitsemia syitä suorittaa eri tehtäviä. Tässä luvussa pohditaan, miten yksittäiset tehtävät synnyttävät opiskelijoissa kiinnostusta ja motivaatiota oppituntien seuraamisen ja palautekyselyjen perusteella. Alkukyselyssä tuli esiin, että opiskelijoiden motivaatio matematiikan opiskelemiseen on hyvä, sillä he kokevat, että se on heille hyödyllistä (luku 12.3). Kyselyn vastauksissa oli havaittavissa, että monella opiskelijalla oli lähestymismotivaatiota (luku4.2) ja vaativat tehtävät vain kannustivat heitä yrittämään. Vastauksissa tuli myös esiin, että opiskelijat olivat enimmäkseen suoritusorientoituneita eli oppimisen tavoitteena ovat hyvät suoritukset eikä aina ymmärtäminen.

Opiskelijat tekivät tutkimustehtäviä eri tavoin. Osa opiskelijoista asennoitui tehtävien tekemiseen yrittämällä tehdä heti mahdollisimman monta tehtävää - ns. alta pois tehtäviä. Toiset aloittivat tutkimustehtävien teon vasta siinä vaiheessa, kun se oli lähes välttämätöntä, jotta ehtisi tehdä riittävän määrän. Toiset taktikoivat ja tekivät vain vähimmäismäärän tai saadakseen lisäpisteitä tenttiin. Jotkut kuitenkin tekivät jopa enemmän kuin oli tarpeellista täysien lisäpisteiden saamiseen. Yksittäisten tehtävien palautekyselyissä opiskelijat mainitsevat tehtävän tekemisen syiksi seuraavia asioita, jotka olen luokitellut kahdeksaan eri luokkaan (taulukko 7). Kaksi kommenttia ei sopinut mihinkään näistä.

Taulukko 7. *Avoimet vastaukset tehtävän tekemisen syyksi.*

tehtävän tekemisen syyn tausta	kommenttien lukumäärä (kpl)	esimerkki opiskelijan vastauksesta
helppous	10	”näytti kutakuinkin / kohtuullisen helpolta”, ”helpompi/helppo”,
mielenkiintoisuus	6	”oli mielenkiintoinen”
suorituskeskeisyys	6	”haluan tehdä kaikki”, ”yritän tehdä niin monta kuin pystyn”, ”haluan pisteitä”
pakollisuus /vaihtoehdottomuus	6	”ei ollut vaihtoehtoa”, ”että pääsen kurssista läpi”
mielekkyys	4	”oli kiva”, ”vaikutti kivalta”
ymmärrettävyys /osaaminen	4	”osasin sen”, ”ymmärsin tämän tehtävän ratkaisutavan selkeästi”
halu kokeilla	4	”halusin kokeilla”
sattuma	4	”löytyi kirjan välistä”
MUUT	2	”haluan oppia paljon”, ”sain kaverilta apua”
yhteensä	46	

Suurin osa opiskelijoiden mainitsemista syistä olivat lähtökohdiltaan myönteisiä (helppous, mielenkiintoisuus, mielekkyys, ymmärrettävyys, halu kokeilla, oppimisen halu). Näitä kommentteja ilmaistiin yhteensä 29 eli 63 % kaikista mainituista syistä. Negatiivisia syitä olivat pakkoon ja vaihtoehdottomuuteen liittyvät syyt, joita oli kuusi eli 13 % ja neutraaleiksi voitaneen laskea sattuma sekä suorituskeskeiset syyt ja kaverilta saatu apu, joita oli yhteensä 11 kpl eli 24 % vastauksista.

Jakaisin opiskelijat karkeasti kahteen ryhmään sen perusteella, kuinka he suhtautuivat tutkimustehtäviin: myönteisesti ja kielteisesti suhtautuvat. Näiden lisäksi oli kolme opiskelijaa, joiden suhtautuminen oli näiden kahden ryhmän välillä, mutta jotka kuitenkin erosivat selvästi toisistaan. Heidät esittelen erikseen.

Ensimmäiseen ryhmään kuului 7 opiskelijaa (O2, O4, O7, O8, O11, O12 ja O13). Nämä opiskelijat aloittivat tutkimustehtävien teon heti ensimmäisestä tai viimeistään kolmannesta tehtävästä ja tekivät niitä säännöllisin väliajoin. Jokainen heistä sai vaadittavan määrän tehtäviä tehtyä myös hyvissä ajoin ennen kurssin päättymistä. Moni teki myös enemmän tehtäviä kuin oli minimissään vaadittu. He hyödynsivät pääsääntöisesti annettuja tehtävävinkkejä ja olivat itse aktiivisia asioiden selvittämisessä. Näiden opiskelijoiden kurssiarvosanat säilyivät hyvin samanlaisina. He eivät kokeneet kurssitoteutuksen olevan raskas eikä tehtäviä ollut liikaa. He voisivat osallistua vastaavanlaiseen toteutukseen uudestaan. Heidän mielestään sovellustehtäviä olisi hyvä olla myös muilla kursseilla. Myönteisesti suhtautuneiden arvosanat vaihtelivat. He huomasivat virheitään, mutta eivät lannistuneet epäonnistumisista. Heillä oli tehtäviin lähestymismotivaatio. Suurin osa heistä osallistui myös vierailuun. Myönteisesti suhtautuvat pitivät osaa tehtävistä turhan vaikeina.

Toisessa ääripäässä olivat kielteisesti suhtautuvat, johon kuului neljä opiskelijaa (O3, O6, O10 ja O14). Nämä opiskelijat aloittivat tutkimustehtävät selvästi myöhemmin (seitsemännestä tehtävästä) tai tekivät tutkimustehtäviä pyrkien valikoimaan helpompia. He tekivät vain pakollisen määrän tehtäviä (välttämismotivaatio) ja pitivät niitä vaikeina. Epäonnistuminen tehtävän ratkaisussa johtui heidän mielestään enemmän huonosti laaditusta tehtävästä eikä omasta osaamattomuudesta. Yksi opiskelija esimerkiksi vetosi useaan kertaan siihen, ettei oma äitikään, joka oli kirjoittanut aikanaan pitkän matematiikan, ymmärtänyt tehtävää kotona. Loppukyselyn vastauksista päätellen he kokivat toteutuksen liian raskaana ja tutkimustehtävien määrää liian suurena. Osa heistä ei hyödyntänyt annettuja vinkkejä. Heidän osaamisensa tutkimustehtävissä oli vaihtelevaa vastaavasti kuin myönteisesti suhtautuvienkin ryhmässä. Loppukyselyn vastauksissa tuli esiin jopa ahdistuneisuutta tutkimustehtäviin liittyen, kuten ”en haluaa muistaa niitä”. Tutkimustehtävät tuntuivat pakolta. He kokivat vahvasti rangaistuksen uhan siitä, että ei saisi suoritettua kurssia, jos ei ole riittävästi tehnyt tutkimustehtäviä, mikä luultavasti vähensi sisäistä motivaatiota. Myös autonomian kokemus oli vähäinen, mikä näkyi kommenteissa tehtävän tekemisen syihin kuten ”ei ollut muuta vaihtoehtoa”. Behavioristinen tapa antaa tutkimustehtävien tekemisestä lisäpisteitä kurssikokeessa (vrt. viivästetty sosiaalinen palkitseminen, luku 4.1) ei niinkään siirtänyt palkinnon tuomaa mielihyvää toiminnasta tulevaksi mielihyväksi eikä lisännyt sen houkuttelevuutta. Kielteisesti suhtautuvien kurssiarvosanoja verrattaessa eri pitkän matematiikan kursseilta he saivat geometrian kurssin arvosanaksi lähelle saman arvosanan kuin muilta tai heidän arvosanansa oli selvästi huonompi. Heistä kukaan ei osallistunut vierailuihin.

Seuraavaksi käsittelen kolmea opiskelijaa, jotka eivät sopineet kovin hyvin kumpaankaan edellä mainittuun ryhmään. Heistä ensimmäinen teki 13 tutkimustehtävää ja osallistui yhteen vierailuun. Hän palautti tehtävät usein ensimmäisten joukossa, mutta osa vastauksista oli pinnallisia. Hänen mielestään kurssitoteutus oli liian raskas ja tutkimustehtäviä liikaa. Hän ei osannut sanoa osallistuisiko vastaavaan kurssitoteutukseen tai pitäisikö sellaisia käsitellä muillakin kursseilla. Ilmeisesti hänen kohdallaan tapahtui toiminnan intensiteetin kasvu, mutta samalla tarkkaavaisuuden kaventuminen ja asioiden vähäisempi huomioiminen. Hänen motivaationsa oli suoritusorientoitunutta. Hän sai aikaisempiin kursseihin verrattuna huonomman arvosanan geometrian kurssista.

Myös toinen ryhmistä poikkeava teki 13 tutkimustehtävää ja osallistui vierailuihin. Hän onnistui vaihtelevasti, mutta selvästi piti joistakin tutkimustehtävistä. Hänen mielestään tehtävät eivät tehneet kurssia liian raskaaksi eikä niitä ollut liikaa. Hän ilmaisi jo alussa haluavansa tehdä tehtäviä mahdollisimman paljon ja haluavansa yrittää. Vaikka hänellä oli positiivinen asenne tutkimustehtäviin, hän ei osannut sanoa osallistuisiko vastaavaan toteutukseen uudestaan ja olisiko tarpeellista käsitellä vastaavanlaisia sovellustehtäviä muillakin kursseilla. Tämän opiskelijan taustalla vaikutti olevan suoritusorientaatiota, mutta hänen ratkaisunsa pyrkivät myös ymmärtämiseen. Jotkin tehtävät olivat selvästi hänelle mielenkiintoisia.

Kolmas kahdesta ryhmästä poikkeava opiskelija teki tehtäviä minimimäärän, mutta osallistui vierailuun. Hän piti tehtäviä mielenkiintoisina ja osasi konseptuaalisen osan tehtävistä hyvin. Hänellä oli sen sijaan haasteita proseduraalisessa osaamisessa. Hän oli aluksi innokas, mutta muiden kurssien työmäärän vuoksi koki, ettei ehdi tehdä haluamaansa määrää tehtäviä ja jousti. Hän piti pakollisten tehtävien ja mahdollisten tehtävien suhdetta sopivana, silti hän oli sitä mieltä, että kurssitoteutuksessa oli liikaa tehtäviä, mikä teki siitä raskaan. Hän oli kuitenkin valmis osallistumaan vastaavanlaiseen toteutukseen uudestaan ja koki, että vastaavanlaisia sovellustehtäviä olisi hyvä ottaa esille muillakin kursseilla. Hän kielensi spontaanisti ja sujuvasti vastauksiaan. Hän pyrki selvästi ymmärtämään asiat ja oli siten enemmän oppimisorientoitunut kuin suoritusorientoitunut. Kenties tämä oli yhtenä syynä siihen, että hän koki sovellustehtävät tarpeellisiksi myös jatkoa ajatellen.

12.5 Opettajan haastattelu

Opettajaa haastateltiin haastattelurungon avulla (liite F). Haastattelussa opettaja kertoi suhtautuneensa etukäteen hieman varauksella, sillä toteutuskerta ei ollut Matek-linjalaisille. Opiskelijoiden kiinnostus ja osaaminen ei välttämättä olisi vahvaa. Toteutus sujui kuitenkin hyvin tästä huolimatta. Yhteistyö diplomityöntekijän ja opettajan välillä toimi kitkattomasti ja tieto kulki molempiin suuntiin.

Tällaisena toteutus oli opettajalle työmäärällisesti hyvä. Hän huolehti opetuksesta sekä oppitunnin ja tavallisten kotitehtävien suunnittelusta. Tutkimuksen sovellustehtävistä vastuu oli diplomityöntekijällä, mikä ei kuitenkaan vähentänyt opettajan työmäärää tavalliseen kurssiin verrattuna. Nykyisellä toteutuksella kurssissa oli työtä kahdelle opettajalle tehtävien kirjallisten palautuksien ja Moodlen päivittämisen vuoksi. Opiskelijalle kurssi oli työmäärällisesti yhden kurssin mittainen, sillä tavallisia kotitehtäviä annettiin vähemmän ja aikaa jäi myös sovellustehtäville. Toteutetussa kurssissa oli paljon asiaa. Siksi opettaja olisi halunnut antaa tuntityöskentelyssä enemmän aikaa itsenäiselle laskennalle. Jatkossa olisi hyvä miettiä uudestaan sovellustehtävien sopivaa määrää, mikä antaisi toteutukselle ja saatavalle kokemukselle paremmat lähtökohdat. Olisi suunniteltava myös se, miten ne esittelisi ja ottaisi mukaan.

Opettajan mielestä tehtävissä oli mielenkiintoisia aiheita, ja ne liittyivät sekä geometriaan että tekniikkaan. Ne toivat käytäntöä esiin enemmän kuin yleensä lukiossa käytettävät matematiikan tehtävät. Oli myös hyvä, että osa oli vaikeampia ja osa helpompia.

Opettajan mielestä sovellustehtävissä on se hankaluus, että niiden taustalla on oikea tilanne, jota ei välttämättä ymmärrä riittävästi. (vertaa Boalerin oppimisen este, luku 6) Sovellustehtävien esittelyt oppitunnilla olivat tuntiresurssin puitteessa sopivia. Ne veivät aikaa, mutta oli kuitenkin hyvä, että ne oli sidottu oppitunteihin, koska tehtävät liittyivät kurssiin. Ei olisi ollut järkevää esitellä niitä kurssista erillisenä projektina tässä toteutuksessa. Myös Moodle oli opettajan mielestä toimiva tiedonjakamisväylä, jossa pystyi hyvin välittämään tekstejä ja kuvia. Opiskelijat saattoivat sen avulla palauttaa mieleensä vinkit myös kotona.

Opettaja uskoi, että opiskelijoiden kannalta kurssi oli monipuolisempi käytännön kytköksien kautta. Haittapuolena opettaja piti reaalimaailman sovelluksien hankaluutta, mutta ei silti kokenut, että kenenkään kohdalla teoria olisi jäänyt hahmottamatta mutkikkaan sovelluksen vuoksi. (vertaa Boalerin oppimisen este, luku 6) Hän uskoi, että asiat esiteltiin kuitenkin riittävän erillisinä. Opettaja ei huomannut mitään suuria ongelmia muihin kursseihin verrattuna. Koska opiskelijat eivät opettajan mielestä aina muutenkaan saa kursseja suoritettua, kun jättävät kotitehtäviä tekemättä. Tosin hän ei ollut opettanut aiemmin kaikkia kurssille osallistuneita opiskelijoita eikä ohjannut opiskelijoita sovellustehtävissä. Joidenkin opiskelijoiden olisi ollut hyvä aloittaa sovellustehtävien tekeminen aiemmin.

Vierailut olivat opettajan mielestä hyvä lisä. Ne olivat myös opettajalle mielenkiintoisia, uusia oppimiskokemuksia. Niitä voisi toteuttaa jatkossakin, mutta niiden vapaaehtoisuutta voisi miettiä, riippuen opiskelijoiden osoittamasta kiinnostuksesta. Vierailuissa erityisen hyvää oli se, että vierailun koneisiin tai laitteisiin ei ainoastaan tutustuttu, vaan siitä saatua kappaletta tai tuloksia hyödynnettiin edelleen.

Itse opettaja koki oppineensa uuden tavan toteuttaa kurssi ja geometrian sovelluskohteita.

”-- en mää ehkä ite osais tollasia sorvattavia kappaleita ja tollasia niinku edes miettiä, että minkälaisia vois olla. Kun mulla on tausta niinku siellä puhtaassa matematiikassa eikä siellä tekniikassa, niin siinä mielessä tää tekniikka puoli oli mulle se oppimiskokemus nyt sitten tässä.”

Hänellä heräsi ajatus oman pitkän matematiikan valinnaisen kurssin tekemisestä esimerkiksi ”Geometrian sovellukset tekniikassa”, joka voitaisiin toteuttaa koulun projektiviikkoina.

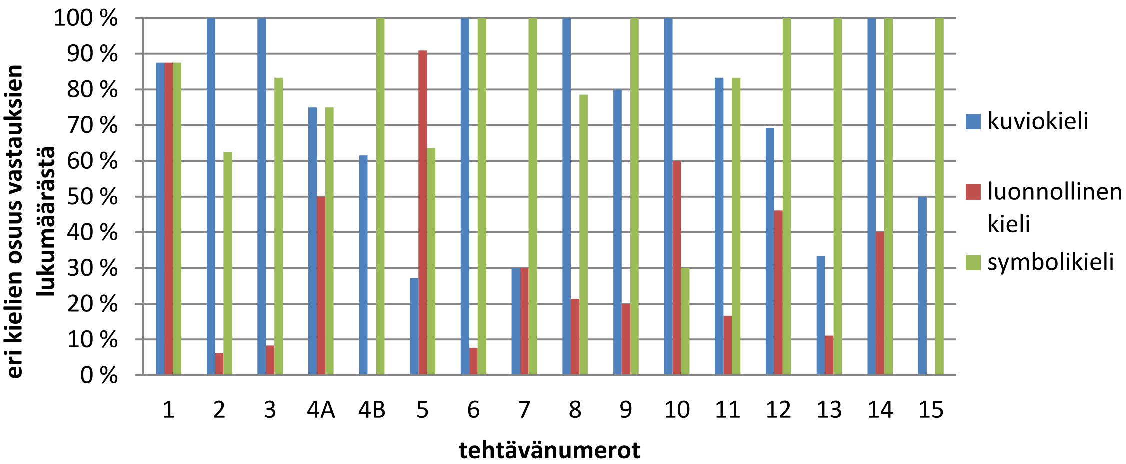
12.6 Opiskelijoiden kielentäminen

Kurssilla opiskelijat palauttivat tekemiään tutkimustehtäviä kirjallisena. Näistä palautuksista voidaan tarkastella heidän tapojaan kielentää matematiikan tehtävien ratkaisuja. Kaikkia tehtäviä palautettiin yhteensä 137 kpl. Vastauksien eri kielten käyttö taulukoitiin siten, että jos kieltä oli selvästi hyödynnetty, arvoksi tuli 1 ja jos kieltä oli niukasti, niin arvoksi 0,5. Kielen käyttämättä jättämisestä annettiin arvo 0. Tulokset ovat taulukossa 8.

Taulukko 8. *Opiskelijoiden eri tehtävissä käyttämät kielentämiskielet.*

Teht. nro	**1**	**2**	**3**	**4A**	**4B**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
Kuvio-kieli	7	8	6	3	8	3	13	3	8	8	10	5	9	3	5	2
Luon. kieli	7	0,5	0,5	2	0	10	1	3	1,5	2	6	1	6	1	2	0
Sym-boli-kieli	7	5	5	3	13	7	13	10	5,5	10	3	5	13	9	5	4
palau-tuksia	8	8	6	4	13	11	13	10	8	10	10	6	13	9	5	4

Jotta taulukon arvoja voitaisiin havainnollistaa paremmin ja verrata toisiinsa, laskettiin ensin kunkin kielen käyttäjien prosentuaalinen osuus kaikkien tehtävään vastanneiden osalta. Näistä arvoista muodostettiin diagrammi, joka on kuvassa 12.



Kuva 12. *Eri kielentämiskielien osuus vastauksista eri tehtävissä.*

Ennen eri kielien käytön tarkastelemista erikseen diagrammista on huomioitavissa tehtävän 1 poikkeavuus muihin nähden. Tässä tehtävässä kaikkia kieliä on käytetty tasaisesti monipuolisimmin. Lähes kaikki opiskelijat käyttivät ratkaisussa kaikkia kieliä. Syy voi olla siinä, että opiskelijat panostivat vastauksen laatuun eniten. Voi myös olla, että tehtävä omalla tavallaan kannusti kuvan käyttöön ja opiskelijoilla oli näin alussa intoa selittää ratkaisujaan jossain määrin sanallisesti. Seuraavat tehtävät olivat kenties niin vaikeita, että opiskelijoiden keskittyminen ja voimavarat menivät pelkästään tehtävän ratkaisun löytämiseen, jolloin ratkaisun selkeys ja johdonmukaisuus kärsivät. Seuraavassa tutkitaan erikseen tehtävissä käytettyjä, eri kielentämisen muotoja.

Kuviokielen käyttäminen

Kuviokieltä käytettiin kaiken kaikkiaan 99 vastauksessa 137 vastauksesta (72,3 %). Kuvat ovatkin geometriassa varsin olennaisia ja opiskelijat vaikuttavat sisäistäneen tämän hyvin. Tulos vääristää tilannetta siinä mielessä, että kaikissa tehtävissä (tehtävää 12 lukuun ottamatta) tehtävänannossa tai sen esittelyssä oli piirretty tilanteesta jo valmiiksi kuvia. Osa opiskelijoista ei siten välttämättä käyttänyt aina kuviokieltä yhtään enempää. Tämä näkyy erityisesti tehtävien 15, 7, 13 ja 15 muita alhaisemmassa kuviokielen käytössä. Siten voisi olettaa, että jos kuvia ei olisi ollut, opiskelijat olisivat mahdollisesti hyödyntäneet kuvia enemmän omassa ratkaisussaan. Jokaisen tehtävän kohdalla on muutama opiskelija halunnut selventää edelleen mallikuvaa tai havainnollistaa ratkaisuaan hyödyntämällä kuviokieltä.

Merkitsevää on tehtävän 10 kuviokielen käytön suurempi käyttö muihin kieliin verrattuna. Tämä tehtävä oli kielentämistehtävätyypin mukaan muotoiltu. Tehtävämoniste kannustaa käyttämään mielestäni ensisijaisesti luonnollista kieltä, mutta sen sijaan opiskelijat ovatkin selventäneet matematiikan symbolikieltä kuviokielellä. Myös tehtävissä 2, 3 ja 8 on käytetty enemmän kuviokieltä kuin matematiikan symbolikieltä. Tehtävissä 2 ja 3 asia selittynee haastavilla tehtävillä, joissa kuviota oli selvennettävä, jotta pystyi mitenkään hahmottamaan ratkaisua. Osalla oli jäänyt ratkaisu lähinnä kuvion hahmottamiseen, joka sekin oli jäänyt hämäräksi. Tämän vuoksi symbolikieltä tai luonnollista kieltä ei kyetty käyttämään. Tehtävässä 8 puolestaan osa ratkaisua oli nimenomaan kuvion piirtäminen eri tilanteista. Näistä toiseen piirrettiin malli tunnilla. Osa opiskelijoista oli ratkaissut suoraan kuvaan tarvittavia kulmien suuruuksia ilman tai hyvin vähäistä matematiikan symbolikieltä käyttäen.

Jokainen opiskelija käytti kuviokieltä ainakin jossain ratkaisussaan. Kuviokielen yleinen käyttö ja opiskelijoiden kokema hyöty sen käytöstä on havaittavissa myös loppukyselyssä.

Luonnollisen kielen käyttäminen

Luonnollista kieltä käytettiin vajaassa kolmasosassa vastauksista (31 %). Jotkut opiskelijat eivät käyttäneet luonnollista kieltä missään tekemässään tehtävässä. Tehtävissä 1, 4A, 5 ja 10 vähintään 50 %:ssa vastauksista on käytetty luonnollista kieltä. Tehtävä 1 on vielä selitettävissä mahdollisesti sillä, että opiskelijat muistivat selittää ratkaisuaan toteutuksen alussa. Tehtävän 5 runsas luonnollisen kielen käyttö selittynee ensisijaisesti tehtävätyypistä, joka oli laadittu kielentämistehtävän mukaan. Myös tehtävä 10 oli laadittu kielentämistehtävän mukaan, mutta siinä osa selitti tehtävän symbolikieltä kuviokielellä eikä luonnollisella kielellä, mikä on mielenkiintoista. Tehtävässä 4A luonnollista kieltä käytettiin luultavasti tehtävän luonteen vuoksi, sillä tehtävä oli teoreettinen. Se oli opiskelijoille hieman vierasta, joten he pyrkivät sanoin kertomaan, miksi tietty matematiikan lause sopisi ratkaisuksi.

Merkille pantavaa on myös tehtävässä 12 käytetty luonnollisen kielen määrä. Kuten aiemmin on tullut ilmi, tämä tehtävä koettiin helpoimmaksi. Opiskelijoiden ei tarvinnut ratkaisuun pääsemiseksi kuin parilla sanalla selvittää, mitä laskuissa lasketaan. Monet olivat kuitenkin maininneet erikseen, että ”lasketaan tilavuus” ja ”lasketaan massa”. Oletettavasti tehtävän helppous ja keveys innoitti selventäviin teksteihin, sillä tehtävä ei luonnollisen kielenkään kanssa vienyt kovin paljoa aikaa. Moni teki nimittäin tehtävän oppitunnin aikana.

Tehtävät 4B ja 15 ovat mielenkiintoisia, sillä niissä ei käytetty luonnollista kieltä lainkaan. 4B oli lähes tavanomainen lukion pitkän matematiikan tehtävä. Tehtävässä oli a- ja b-kohtien vuoksi kuitenkin paljon laskettavaa, ja proseduraalinen osaaminen oli tarpeellista. Tämä saattoi vähentää opiskelijoiden tarvetta selkeyttää ratkaisua sanallisesti. Sama on mahdollisesti tehtävien 6 ja 13 taustalla. Tehtävässä 15 puolestaan saattoi olla hankaluutena aihepiiri, ja kynnys sanalliseen selittämiseen oli korkeampi. Samoin saattoi olla myös tehtävissä 2 ja 3.

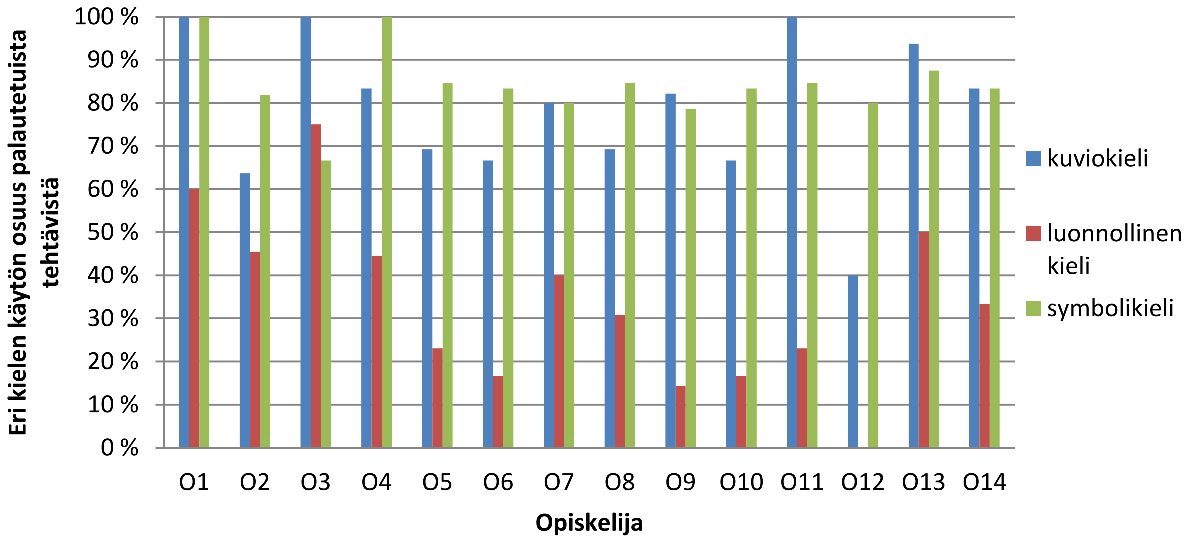
Luonnollisen kielen selvästi vähäisempi käyttö muihin kieliin nähden on havaittavissa myös kurssin loppukyselyn tuloksista (luku 12.3). Opiskelijoista vain 12,5 % hyväksyi väitteen sanallisen selittämisen hyödyllisyydestä.

Matematiikan symbolikielen käyttäminen

Matematiikan symbolikieltä käytettiin eniten (85 % kaikista vastauksista), mikä ei ole yllättävää. Suuri osa matematiikan tehtävistä vaatii ratkaisuun pääsemiseksi matematiikan symbolisen kielen käyttöä.

Kielentämistehtävätyyppien tehtävät (5 ja 10) muodostavat selvän poikkeuksen matematiikan symbolikielen käytössä. Näissä tehtävissä matematiikan symbolikieli oli suurelta osin annettu tehtävänannossa, mikä vaikuttaa tulokseen voimakkaasti. Matematiikan symbolikieli on ilmeisesti opiskelijoille kovin luontainen, ja he ovat tottuneet siihen, että matematiikkaan kuuluu laskeminen. Tämä oli havaittavissa myös siinä (mikä on aikaisemminkin tullut ilmi), että teoreettisemmat tehtävät ja luova pohdinta koettiin hankalana.

Viimeisenä tarkasteltiin mahdollisuutta ryhmitellä opiskelijoita heidän käyttämänsä kielentämisen mukaan. Jotta opiskelijoita voitiin jossain määrin verrata keskenään, laskettiin yhteen heidän palauttamistaan tehtävistä eri kielien käyttökerrat, jotka normeerattiin palautettujen tehtävien suhteen. Tämän vuoksi osan tulokset eivät välttämättä kerro koko totuutta: osa opiskelijoista palautti puolet siitä määrästä mitä toiset. Oheisessa diagrammissa on esitelty eri opiskelijoiden kielten käytön prosentuaaliset osuudet heidän tekemistään tehtävistä (kuva 13). Diagrammiin on otettu mukaan vain ne opiskelijat, jotka ovat vastanneet alku- ja loppukyselyihin, jotta ryhmittelyyn saataisiin syvyyttä näistä vastauksista.



Kuva 13. *Kielentämiskielien osuus yksittäisen opiskelijan tehtävien vastauksissa.*

Diagrammista voidaan havaita, että opiskelijoilla ei ole kovin suuria eroja. En pidä tarkoituksenmukaisena ryhmitellä heitä tarkemmin. Kolme opiskelijaa poikkeaa siinä, että he käyttivät luonnollista kieltä vähintään puolessa vastauksistaan (O1, O3 ja O13). Mielenkiintoista on se, että kaikki suhtautuivat tutkimustehtäviin toisistaan poikkeavalla tavalla. Toinen mielenkiintoinen seikka on, että kaksi on tyttöjä. Kuitenkin koko luokasta selvä vähemmistö oli tyttöjä. Loppukyselyyn heistä vain yksi on hyväksynyt väitteet, että ymmärrys helpottuu, kun ratkaisuissa kirjoitetaan perusteluita sanallisesti. Kaksi vastasi epäjohdonmukaisesti tehtäviin nähden.

Yksi opiskelija (O12) erottuu selvästi muista sillä, että hänen ratkaisunsa painottuvat matematiikan symbolikielen käyttöön ja luonnollista kieltä hän ei käytä lainkaan. Siitä huolimatta hän ei pidä vaikeana kirjoittaa perusteluja sanallisesti vaikeana ja kokee, että tehtävä, jossa on selitetty vaiheita luonnollisella kielellä, on helpompi ymmärtää kuin vain matematiikan symbolikieltä. Hän hylkää väitteen ”Kun ratkaisen matematiikan tehtävää, teen ajatustyön päässäni enkä kirjoita paperille kuin välttämättömän.” Hän ei tosin osaa sanoa auttaako sanallisesti kirjoittaminen häntä ymmärtämään tehtävää paremmin. Tämä tukee toimintatapaa, jolla hän ratkaisi sovellustehtäviä.

13 YHTEENVETO

Luvussa 10 esitellään tutkimuskysymykset sekä miten niihin tuloksissa pyritään vastaamaan. Tässä luvussa pyritään kokoamaan eri tulokset yhteen ja tarkentavasti vastaamaan erikseen kuhunkin tutkimuskysymykseen.

Kysymykseen sopivista matematiikan tehtävistä, jotka pohjautuvat tekniikan sovelluksiin oli ammennettavissa tietoa eri lähteistä. Kuten loppukyselystä käy ilmi, tehtäviä oli yhdelle toteutuskerralle hieman liikaa. Tämä oli jossain määrin ennakoitu, ja siksi kaikki tehtävät eivät olleet pakollisia. Tehtäviä oli runsaasti, jotta voitaisiin saada mahdollisimman monipuolista tietoa eri tehtävistä. Opiskelijat toivoivat kuitenkin tehtäviin valinnaisuutta. He mahdollisesti kokivat valintansa kaventuvan siitä, että tehtäviä esiteltiin yksi kerrallaan pitkin kurssia ja palautuspäivä oli kullekin tehtävälle eri.

Opiskelijat valitsivat pääsääntöisesti niitä tehtäviä, jotka vaikuttivat heistä helpoilta tai ymmärrettävimmiltä. Myös aihepiiri vaikutti opiskelijoiden motivaatioon ja tehtävän tekemiseen. Opiskelijat kokivat mielekkäiksi ne tehtävät, jotka tehtäväkuvaukseltaan olivat lähimpänä oppikirjan tehtäviä. (luku 6) Tämä on osaksi selitettävissä sillä, että herkästi vierastetaan uusia asioita ja tapoja. Kuitenkin kielentämistehtävätyyppien pohjalta tehdyt tehtävät herättivät mielenkiintoa, vaikka tehtävätyyppi oli poikkeava.

Jo kurssitoteutuksen alkuvaiheessa ilmeni, että opiskelijat tarvitsivat eniten tukea matemaattisen mallin muodostamiseen. Tehtävät eivät kohdanneet heidän lähikehityksen vyöhykkeen rajaansa ja siksi he tarvitsivat vinkkejä ratkaisuun tehtävänannon tueksi. Jatkossa juuri tämän sillan muodostamiseen olisi hyvä panostaa paremmin tehtävää laatiessa.

Liian helpot tehtävät eivät puolestaan olleet mielekkäitä. Teoriaosuudeltaan haasteellisemmat tehtävät muuttuivat mielekkäämmiksi vierailun ansiosta. Vierailulla tehtävää saatettiin havainnollistaa, minkä seurauksena vierailutehtävät jäivät paremmin opiskelijoiden muistiin. Myös opettajan mielestä vierailut ja niiden tehtävät olivat mielekäs lisä geometrian kurssiin. Vierailujen mielekkyys tuli esiin myös opiskelijoiden mielipiteissä. Tämä tukee aikaisempia tutkimuksia ja vastasi alkuoletusta (Häkkinen, 2004; Rissanen, 2003; Ruutiainen, 2004).

Merkittävää on se, että vaikka tehtävät koettiin vaikeina, aina joku opiskelijoista oli osannut ratkaisuperiaatteen kaikkiin tehtäviin (tehtävän 14 b)-kohtaa lukuun ottamatta)

Tehtävät eivät siten olleet mahdottomia lukion pitkän matematiikan kurssille. Opettajan mielestä (haastattelu) tehtävien vaikeustason vaihtelevuus ja aihepiirien vaihtelevuus oli kuitenkin hyvä asia. Valmistetut tehtävät antavatkin hyvän pohjan soveltavien tehtävien luomiseen jatkossa.

Toiseen tutkimuskysymykseen on sinänsä hankala vastata, sillä opiskelijoiden arvosanat aikaisemmista kursseista olivat vaihtelevat. Opiskelijat eivät olleet motivoituneempia sovellustehtäviin kuin tavallisiin tehtäviin suoritusmäärän perusteella. Eniten opiskelijat tuntuivat tekevän niitä suoritusorientaation innoittamana. Oli kuitenkin arvioituna havaittavissa, että ne jotka suhtautuivat sovellustehtäviin negatiivisesti, saivat joko samoja tai huonompia kurssiarvosanoja kuin aikaisemmista kursseista. Siten Boalerin esilletuoma mahdollinen oppimisen este saattoi muodostua jossain määrin näille opiskelijoille vieraiden kontekstien vuoksi (luku 6). Vaikka tehtävät olivat jonkin verran varsinaisesta opetuksesta erillään, harjoiteltiin myös tavallisia tehtäviä, joten kokonaisvaltaista teorian sekaannusta tuskin tapahtui, tätä mieltä oli opettaja haastattelussaan (luku 12.5). Sovellustehtävät eivät parantaneet oppimistuloksia, mutta monipuolistivat opettajan ja opiskelijoiden mielestä opetusta. Merkittävää on, että kaikki opiskelijat suhtautumistavasta riippumatta pitivät siitä, että saivat käytännön esimerkkejä opiskeltavasta matematiikan aihealueesta. 57,2 % esittivät mielipiteenään, että vastaavanlaisia sovellusesimerkkejä olisi hyvä olla muillakin kursseilla.

Etsittäessä vastauksia kolmanteen tutkimuskysymykseen voidaan todeta, että tässä työssä opiskelijat jo alun alkaen pitivät matematiikkaa hyödyllisenä ja tarpeellisena aineena. Käytännön esimerkkien kautta he olivat vakuuttuneet edelleen matematiikan tarpeellisuudesta. Vastaavia sovellusesimerkkejä toivottiin lisää. Tämä tuki osaltaan aikaisempia tutkimuksia (Kirslenko 2005; Joutsenlahti 2005). Siten tilastollisesti merkittäviä muutoksia näkemykseen matematiikan hyödyllisyydestä ei tullut. Merkittävin muutos opiskelijoiden matematiikkakäsityksessä oli näkemys matematiikan käytännönläheisyydestä. Tämän väitteen lievän hylkäämisen sijaan väite hyväksyttiin, ja opiskelijoiden enemmistö otti kantaa väitteeseen kurssitoteutuksen jälkeen. Sovellustehtävät olivat saaneet opiskelijoissa aikaan sen, että he ymmärsivät, miten lähellä käytäntöä matematiikka on. Kaikki opiskelijat ja opettaja olivat sitä, mieltä, että sovellustehtävät havainnollistivat matematiikan soveltamista tekniikan alalla.

Neljänteen kysymykseen vastattiin luvussa 12.6. Opiskelijoiden tehtävien ratkaisuissa symbolinen kieli ja kuviokieli olivat tasoissa. Tätä luultavasti edisti geometrian aihesisältö. Kuviokieli koettiin hyödylliseksi. Sen sijaan vain harva hyödynsi luontaisesti luonnollista kieltä, ja heistä vain yksi piti sitä hyödyllisenä. Vastauksista oli havaittavissa, ettei kaikilla opiskelijoilla ole välttämättä työkaluja luonnollisen kielen käyttöön, vaikka pitäisivätkin sitä hyödyllisenä. Symbolikieli oli erityisen vahva yhdellä opiskelijalla.

Tutkimuksen luotettavuus

Tutkimuksen luotettavuutta mitataan sisäisellä ja ulkoisella validiteetilla sekä reliabiliteetilla. Ulkoinen validiteetti viittaa tutkimuksen yleistettävyyteen. Sisäinen validiteetti tutkimuksen omaa luotettavuutta eli kuinka hyvin tutkimuksessa on onnistuttu mittaamaan niitä asioita, joita on ollut tarkoitus mitata. Reliabiliteetti kuvaa tutkimuksen toistettavuutta. (Metsämuuronen, 2009, s. 65, 67)

Tässä tutkimuksessa ulkoinen validiteetti ei ole vahva, sillä opetuskokeilun opiskelijajoukko oli pieni (n=20) ja osaan tutkimusaineistosta otos oli vielä pienempi (n=14). Siten tuloksia ei voida yleistää. Sisäistä validiteettia heikentävät tutkijan omat tulkinnat tuntien seuraamisessa. Sitä vahvistavat kuitenkin tuloksissa enemmän käytetyt opiskelijoiden vastaukset ja näkemykset. Omien havaintojen sekä opiskelijoiden mielipiteiden ja suoritusten lisäksi tuloksia etsittiin myös vastuuopettajan haastattelulla.

Tutkimuksen reliabiliteetti on hyvä niiden tutkimusmenetelmien osalta, joissa käytettiin aikaisempien tutkimusten mittareita ja jotka tukivat näitä tutkimuksia. Eri havainnoitsijat ovat siis saaneet samanlaisia tuloksia. Reliabiliteettia pyrittiin hieman parantamaan kysymällä kyselyissä eri muodoissa samaa asiaa. Vastaavanlaista tutkimusta, jossa on käytetty soveltavina tehtävinä tekniikan alan tehtäviä, ei ole tehty paljon. Sen sijaan arkielämään liittyviä sovellustehtäviä ja ongelmatehtäviä on tutkittu laajalti. Näissä tutkimuksissa esiin tuodut haasteet kontekstin tuntemattomuudesta oli jossain määrin havaittavissa myös tässä tutkimuksessa (De Corte et al., 2000; Boaler, 1998). Toisaalta sovellustehtävien aitous ja siitä seuraavat edut olivat myös havaittavissa.

14 POHDINTA

Tutkimuksessa oli tarkoitus selvittää minkälaisia tekniikan aihepiiristä tuotuja sovellustehtäviä voi hyödyntää pitkän matematiikan opetuksessa sekä miten ne tukevat opiskelijoiden oppimista, motivaatiota ja ymmärrystä matematiikan tarpeellisuudesta. Tutkimuksen tuloksia ei voida suoraan yleistää, sillä opetuskokeilun opiskelijajoukko oli pieni (n=20) ja osassa tutkimusaineistoa otos oli vieläkin pienempi (n=14). Tuloksista voidaan kuitenkin saada suuntaa antavia linjoja ja hyviä kehittelyajatuksia jatkoa ajatellen. Tutkimuksen lähtökohtana oli vahvistaa opiskelijoiden ymmärrystä matematiikan tarpeellisuudesta. Ymmärrys matematiikan hyödyllisyydestä ja tarpeellisuudesta oli jo alun alkaen hyvä. Selvää muutosta ei voitukaan havaita. Sen sijaan tutkimuksen aikana heräsi ajatuksia sovellustehtävien mahdollisista muista vaikutuksista, joita olisi mielenkiintoista tutkia.

Sovellustehtävät pyritään usein tuomaan opiskelijoiden omasta elämästä, mutta lukion pitkän matematiikan pyrkimys luoda opiskelijoille jatko-opintokelpoisuus tukee ajatusta siitä, että jatko-opinnot voisivat hyvin näkyä enemmän lukion pitkässä matematiikassa. Huolimatta siitä, että kaikki tehtävät eivät olleet opiskelijoista kiinnostavia, hyvänä pidettiin sitä, että tutkimuksessa toteutettujen sovellustehtävien ansiosta opittiin tuntemaan erilaisia aloja ja esimerkkejä, joissa tarvitaan geometriaa. Mielestäni opinto-ohjaus voisi olla läsnä tässä mielessä eri aineissa. Opettajat auttavat opiskelijoita havainnoimaan millaiset alat hyödyntävät omaa oppiainetta. Siten opiskelijat saisivat runsaammin tietoa erilaisista jatko-opintomahdollisuuksista. Näissä yhteyksissä hyvin suunnitellut vierailut, joissa opiskelijat pääsevät konkreettisesti havainnoimaan oppiaineen hyödyntämistä jatko-opintopaikoissa, ovat hyvä tuki. Ne antavat näkemystä oppiaineen merkityksestä ja tarpeellisuudesta.

Mielenkiintoista tutkimuksen tuloksissa oli se, että kokeilu lisäsi opiskelijoiden ymmärrystä matematiikan käytännönläheisyydestä. Matematiikkaa on kritisoitu siitä, etteivät opiskelijat osaa pitää sitä käytännönläheisenä. Vaikka esimerkit eivät olleet arkipäivästä, opiskelijoiden mielestä ne lähensivät heitä käytäntöön. Opiskelijoille riitti se, että he kokivat esimerkit merkitykselliseksi tieteille ja työelämälle.

Tutkimuksessa oli selvästi havaittavissa teoreettisempien tehtävien hankaluus. Perustelujen kirjoittaminen tuotti ongelmia, mikä on osoittautunut matematiikan kirjoituksissakin haasteelliseksi (Martio, 2015). Tätä voitaisiin tukea antamalla opiskelijoille esimerkkejä matematiikan ratkaisujen monipuolisesta kielentämisestä.

Vaikka sovellustehtävät koettiin hankalina, sen kaltaisia tehtäviä tulee esiin ainakin tekniikan alan jatko-opinnoissa. Näissä esimerkit ovat yleensä vielä monimutkaisempia. Kynnys jatko-opintoihin voisi tulla matalammaksi, kun on tottunut enemmän reaalimaailman tuomiin ominaisuuksiin, kuten likiarvoihin tuloksissa, epävarmuuteen tulosten oikeellisuudesta sekä reaalimaailman ilmiöiden mallintamiseen. Vaadittaisiin pitkittäistutkimus, jotta voitaisiin selvittää, miten lukioaikaiset sovelluksien esittelyt mahdollisine vierailuineen vaikuttaisivat opiskelijoiden jatko-opiskelusuunnitelmiin ja voisivatko ne mahdollisesti kaventaa kuilua lukiomatematiikan sekä korkeakoulu- ja yliopistomatematiikan välillä.

Ongelmana tässä on miten opettajat voisivat päästä tietoisiksi erilaisista matematiikan aidoista sovelluskohteista. Kuten tutkimukseen osallistunut opettaja ilmaisi, hän ei olisi itse keksinyt kaikkia aihepiirejä. Ei voida olettaa, että matematiikan opettajat olisivat samalla monen muun alan asiantuntijoita. Tämä vaatisi yhteistyötä asiantuntijoiden ja opettajien kesken. Yksi vaihtoehto on opettajakoulutukseen vaikuttaminen. Omia pedagogisia opintoja tehdessäni matematiikan hyödyllisyyden ja tarpeellisuuden perusteleminen oli monen opettajaopiskelijan kiinnostuksena. Siihen saadut vastaukset olivat perinteisiä arkielämän matematiikan sovelluksia kuten prosenttilaskut alennusmyynneissä. Kaivattiin jotain enemmän.

Peruskoulussa voidaan perustella, että siellä opittu matematiikka on relevanttia oppilaan elämässä. Silti sielläkin olisi mahdollisuuksia laajentaa oppilaiden näkemystä matematiikan tarpeellisuudesta tulevaisuuden ammatissa. Esimerkkejä voitaisiin ammentaa ammattikouluista, joista varmasti löytyisi peruskoulun matematiikkaan sopivia, ei liian vaikeita esimerkkejä.

Hyvä esimerkki matematiikan opetuksen havainnollistamisesta on Saimaan ammattikorkeakoulussa tehty kokeilu, joka alkoi syksyllä 2013. Yhden ammatillisen opintojakson resursseista puolet allokoitiin matematiikan opettajalle. Käytännössä opiskelijoilla oli kerran viikossa ensin ammattiaineen opettajan tunnit ja tämän jälkeen matematiikan opettajan tunnit. Ammattiaineen tunnilla tutustuttiin ja tehtiin harjoitustöitä FEM-ohjelmalla. Matematiikan tunnilla käsiteltiin matriisilaskentaa ja Matlab-ohjelmiston käyttöä. Kun opiskelijat hallitsivat matriisilaskennan perusteet teoreettisesti, he alkoivat tehdä ammattiaineen harjoitustehtäviä Matlabilla rinnatusten FEM-ohjelman kanssa. Kokeilu oli onnistunut kaikkien osapuolien mielestä. Opiskelijat kokivat, että matematiikka ei jäänyt mielessä irralliseksi, sillä matriisit liittyivät aina johonkin todelliseen rakenteeseen. Ammattiaineen osalta oli opiskelijoiden puolestaan sisäistettävä FEM-ohjelman hyödyntämä teoria yksityiskohtaisemmin. Laskentaan ei kuitenkaan tarvinnut käyttää enempää aikaa. Ammattiaineen opettaja havaitsi raporttien tason parantuneen edellisistä vuosista. Opiskelijat neuvoivat toisiaan ja kyselivät enemmän sekä kokivat palautteen perusteella myös saaneensa enemmän. Opiskelijat halusivat lisäksi vapaaehtoisesti kerrata trigonometriaa ja vektoreita. (Porras & Toivanen, 2014) Lukioissa ei näin laajaan havainnollistamiseen välttämättä pystytä ammatillisten aineiden puuttuessa, mutta yksittäistenkin sovellusesimerkkien hyödyntäminen eri kursseilla voisi avartaa opiskelijoiden näkemyksiä matematiikasta.

LÄHTEET

Amirali, M. (2010). Students’ conceptions of the nature of mathematics and attitudes towards mathematics learning. Journal of Research and Reflections in Education, 1(1). Saatavissa (viitattu 17.11.2014): http//ecommons.aku.edu/Pakistan_ied_pdck/8

Avoin kirje Matemaattisten Aineiden Opettajien Liitolle. (2011). Saatavissa (viitattu 29.8.2014): http://solmu.math.helsinki.fi/2011/maol.pdf

Aunola, K. Motivaation kehitys ja merkitys kouluiässä. Teoksessa Salmela-Aro ja Nurmi (toim.) Mikä meitä liikuttaa, Modernin motivaatiopsykologian perusteet. Keuruu, Otaava oy. s. 105–126.

Boaler, J. (1993) The Role of Context in the Mathematics Classroom: Do they Make Mathematics More “Real”? Teoksessa For the Learning of Mathematics 13,2. FLM Publishing Assosiation, Vancouver, British Columbia, Canada. p. 12–17

Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. Teoksessa: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 29, No.1, pp. 41–62. Saatavissa (viitattu 14.10.2014): http://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2015/04/Jo-JRME-article.pdf

Breiteig, T., Grevholm, B. & Kislenko, K., (2005). Beliefs and attitudes in mathematics teaching and learning. Teoksessa: I. M. Stedøy (Ed.), Vurdering i matematikk – Hvorfor og hvordan? Fra småskole til voksenopplæring. Rapport fra Nordisk Konferanse i Matematikkdidaktikk. Trondheim: Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen, pp. 129–137.

De Corte, E., Verschaffel, L. & Greer, B. (2000). Connecting mathematics problem solving to the real world. Proceedings of the International Conference on Mathematics Education into the 21st Century: Mathematics for living, pp.66–73.

Deci, E. & Ryan, R. Promoting Self-Determined School Engagement, Motivation, Learning, and Well-Being. Teoksessa Wentzel, K. & Wigfield, A. (ed.) Handbook of Motivation at School. New York, Routledge. pp. 171–196.

Haapasalo, L. (2011). Oppiminen, tieto ja ongelmanratkaisu. 8. painos. Joensuu, Meduusa-Software.

Haapasalo, L. (2014). Opiskelu- ja kotitehtävät uusiksi. Dimensio 4/2014. s. 45–48.

Helakorpi, S. (2008). Ammatillisen matematiikan oppimisen ja opettamisen ksysymyksiä. Teoksessa: Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Räsänen, P. Kupari, P. Ahonen, T., Malinen, P. 2. painos. Jyväskylä, Kopiojyvä Oy s. 347–362

Huhtala, S. & Laine, A. (2004). ”Matikka ei ole mun juttu” – Matematiikkavaikauksien syntyminen ja niihin vaikuttaminen. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka: Näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä, Kirjapaino-Oma. s.320–346.

Helakorpi, J. (2011). Koulutuksen tasa-arvo hankkeita ja materiaalia. Päivitetty: Snellman 2011. Saatavissa (viitattu 20.10.2014): https://wiki.helsinki.fi/display/TASUKO/ Koulutuksen +tasa-arvohankkeita+ja+ materiaalia#Koulutuksentasa-arvohankkeitajamateriaalia-MIRROR

Häkkinen, M. (2004). Tilastot elämään – empiirinen esimerkki peruskoulun yhdeksännen luokan ja yrityksen yhteistyöstä. Pro gradu – tutkielma. Jyväskylän yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos. Jyväskylä.

Ikonen, O. & Virtanen, P. (2003). Oppimisympäristö ja yksilö. Teoksessa Ikonen, O. & Virtanen, P. (toim.) HOJKS II, Yksilöölliset opetussuunnitelmat ja opetus. Juva, WS Bookwell Oy. s. 155–166.

Joutsenlahti, J. (2003) Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa Virta, A. & Marttila, O. (toim.) Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen syposium 7.2.2003. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisusarja B:72. s. 188–196.

Joutsenlahti, J. (2005). Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä. Acta universitatis Tamperensis 1061. Tampereen yliopisto.

Joutsenlahti, J. (2009) Matematiikan kielentäminen kirjallisessa työskentelyssä. Teoksessa Raimo Kaasila (toim.) Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Rovaniemellä 7.–8.11.2008. Rovaniemi, Lapin yliopisto. Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä raportteja 9. s. 71–86.

Joutsenlahti, J. (2010). Matematiikan kirjallinen kielentäminen lukiomatematiikassa. Teoksessa Asikaisnen, M., Hirvonen, P. E. & Sormunen, K. (toim.) Ajankohtaista matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkimuksessa. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Joensuussa 22.–23.10.2009. University of Eastern Finland. (Reports and Studies in Education, Humanities, and Theology 1) s. 3–16.

Joutsenlahti, J. & Kulju, P. (2010). Kieliteoreettinen lähestymistapa koulumatematiikan sanallisiin tehtäviin ja niiden kielennettyihin ratkaisuihin. Teoksessa Ropo, E., Silfverberg, H., Soini, T. (toim.) Toisensa kohtaavat ainedidaktiikat. Ainedidaktinen symposiumi Tampereella 13.2.2009. Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja. Tampereen yliopisto. s. 77–90.

Joutsenlahti, J., Sarikka, H., Kangas, J. & Harjulehto, P. (2013). Matematiikan kirjallinen kielentäminen yliopiston matematiikan opetuksessa. Teoksessa Hähkiöniemi, M., Leppäaho, H., Nieminen, P., Viiri, J. (eds.) Proceedings of the 2012 Annual Conference of Finnish Matehamtics and Sciece Education Research Association. University of Jyväskylä. s. 59–70

Jyväskylän yliopisto. Oppimisen historia – 'lyhyt oppimäärä', verkkosivu. Saatavilla (viitattu 5.10.2014):https://koppa.jyu.fi/avoimet/mit/oppimisesta-ja-opettamisesta/ oppimisen-historia-lyhyt-oppimaeaerae

Kaasila R. (2000) "Eläydyin oppilaiden asemaan" : luokanopettajiksi opiskelevien kouluaikaisten muistikuvien merkitys matematiikkaa koskevien käsitysten ja opetuskäytäntöjen muotoutumisessa. Acta electronica universitatis Lapponiensis 15. Lapin yliopisto.

Kalli, P. (2005). Johdanto. Teoksessa: Kalli, P. & Malinen, A. (toim.) Konstruktivismi ja realismi: Aikuiskasvatuksen 45. vuosikirja. Vantaa, Dark Oy. s. 20–48.

Kemianteollisuus ry, verkkosivu. Saatavissa (viitattu 14.10.2014): http://www. kemianteollisuus.fi

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics. Washington, DC, National Academy Press. Saatavissa (viitattu 23.10.2014): http://www.nap.edu/openbook.php?record_id=9822&page=116

Kislenko, K. (2005). Structuring Students' Beliefs in Mathematics: A Norwegian Case. Agder University College. Saatavissa (viitattu 24.10.2014): http://prosjekt.uia.no/ lcm/papers/RR_MAVI12_Kislenko_Final.pdf

Kurjanen, P., Parikka, M., Raiskio, A., Saari, J. (1995) Oppimisympäristöjä ja aihepiirejä peruskoulun teknologiakastvatukseen. Teknologiakasvatuskokeilu: Raportti 2. Opetuksen perusteita ja käytänteitä 17. Jyväskylän yliopisto. Opettajainkoulutuslaitos. Jyväskylä. s. 7–23.

Lahtinen A., Kalliorinne, K., Manninen, S. & Pehkonen, E. (1989). Matematiikkaa soveltajille 3. Tampere, Kirjayhtymä. s. 3, 7–9.

Lahtinen A. (2014). Matematiikan merkityksestä. Solmu 2/2014 s.6–8.

Lehtinen, E., Kuusinen, J. & Vauras, M. (2007). Kasvatuspsykologia. 2. painos. Helsinki, WSOY. s. 177–217

Lehtonen H. (2006). Oppimisympäristö oppijan tukena. Teoksessa Lehtonen, H. (toim.), Oppijan kasvun tukeminen. Tampereen yliopisto, Opettajankoulutuslaitos, Hämeenlinna. s. 13–29.

Lehtonen, H., Pantzar, E. & Varis, T. (2004). Muuttuvat oppimisympäristöt. Teoksessa Puheenvuoroja kasvatusalan yliopistokoulutuksen kehittämisestä. Tampereen yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan 30-vuotisjuhlakirja. Kasvatustieteiden tiedekunta. Tampereen yliopisto. Tampere, Paino-Arra. s.75–88.

Leino, J. (2008). Konstruktivismi matematiikan opetuksessa. Teoksessa: Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Räsänen, P. Kupari, P. Ahonen, T., Malinen, P. 2. painos. Jyväskylä, Kopiojyvä Oy s. 20–29

LUMA-keskus Suomi a, verkkosivu. Saatavilla (viitattu 27.3.2015) http://www.luma.fi/keskus

LUMA-keskus Suomi b. LUMA-keskus Suomen strategia, verkkosivu. Saatavissa (viitattu 27.3.2015): http://www.luma.fi/keskus/1797

Maehr, M. & Zusho, A. (2009). Achievement Goal Theory. Teoksessa Wentzel, K. & Wigfield, A. (ed.) Handbook of Motivation at School. New York, Routledge. pp. 35–54.

MAOL ry. (2013). Julkilausuma 23.7.2013. Saatavissa (viitattu 29.8.2014): http://www.maol.fi/fileadmin/users/Julkaisut/kannanoto/julkilausuma_lukion_tuntijako_23072013.pdf

Martio O. (2015). Matematiikan ylioppilaskokeiden tehtävät ja yliopistojen sisäänotto. Dimensio 3/2015. s. 14–16.

Mayer, Richard E. (1998). ”Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving”. Instructional Science 26 pp. 49–63.

Mellin I. (2006). Tilastolliset menetelmät. Oppikirja. Aalto yliopisto. Matematiikan ja systeemianalyysin laitos.

Mellin I. (2007). Todennäköisyyslaskenta. Oppikirja. Aalto yliopisto. Matematiikan ja systeemianalyysin laitos.

Metsämuuronen J. (2009). Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. 4. laitos. Jyväskylä, Gummerus Kirjapaino Oy.

Metsämuuronen J. (toim.). (2013). Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012. Tampere: Opetushallitus.

Mirror motivoi tyttöjä opiskelemaan teknillisiä aineita. (2002). Tekniikan akateemiset 6/2002 s. 20–21

Niitamo, P. (2002). Tunneperäinen ja tietoperäinen motivaatio. Teoksessa Salmela-Aro ja Nurmi (toim.) Mikä meitä liikuttaa, Modernin motivaatiopsykologian perusteet. Keuruu, Otavan Kirjapaino Oy. s. 40–53.

Nurmi J.-E. & Salmela-Aro, K. (2002). Modernin motivaatiopsykologian perusta ja käsitteet. Teoksessa Salmela-Aro ja Nurmi (toim.) Mikä meitä liikuttaa, Modernin motivaatiopsykologian perusteet. Keuruu, Otavan Kirjapaino Oy. s. 10–27.

Näätäinen, M. (2014). Matematiikka ja mielikuvat. Solmu 2/2014 s.4–5.

Opetushallitus. (2003). Lukion opetussuunnitelman perusteet. Vammalan kirjapaino Oy. Saatavissa (viitattu 1.9.2014): http://www.oph.fi/download/47345_lukion_
opetussuunnitelman_perusteet_2003.pdf

Opetushallitus. (2014). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. Suomen yliopistopaino Oy. Tampere Saatavissa (viitattu 1.9.2014): http://www.oph.fi/download/
163777_perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf

Pehkonen, E. (1995). Pupil’s view of mathematics: Initial report for an international comparison project. University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research report 152.

Pehkonen, E. (2011). Luovuus matematiikassa – osa 1. eDimensio 2/2011. Saatavissa (viitattu 10.10.2914): http://www.maol.fi/fileadmin/users/EDimensio/Dimensiossa
_julkaistua/Luovuus1_DM1102.pdf

Pehkonen E. (2013). Matemaattisen ajattelun kehittämisen keinot. Koulutussarja. Teoksessa matematiikan sanalliset tehtävät, tehtävän ymmärrys. Laine, T. (toim.). Turun matikkamaa. Turku. Saatavissa (viitattu 12.11.2014): http://www.edu.fi/download/150520
_matematiikan_sanalliset_tehtavat_tehtavan_ymmarrys.pdf

Peltonen, M. & Ruohotie, P. (1992). Oppimismotivaatio. Teoriaa, tutkimuksia ja esimerkkejä oppimishalukkuudesta. Helsinki, Otava.

Porras, P. & Toivanen, S. (2014). Matematiikka ja ammattiaineet toistensa tukena. Toolilainen 4/2014 s. 10–11.

Portaankorva-Koivisto, P. & Silfverberg, H. (2012). Matematiikka kouluaineena - yläkoulun oppilaide tekemien oppiainevertailujen paljastamia matematiikkakäsityksiä. Teoksessa: Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen ajankohtaista tutkimusta. Krzywacki, H., Juuti, K. & Lampiselkä, J. (toim.) Helsinki, Unigrafia Oy. s. 183–200.

Puhakka A. (2008). 3D-grafiikka. Helsinki, Talentum Oyj.

Puttonen M. (2015). Matematiikkaa opetetaan liian vaikeasti – numeroiden pyörittely pitäisi aloittaa vasta sanallisten tehtävien jälkeen. Helsingin sanomat 27.4.2015.

Rakennusteollisuus. Rakennusalan työmarkkinat, perustietoa, verkkosivu. Saatavissa (viitattu 27.3.2015): https://www.rakennusteollisuus.fi/Tietoa-alasta/Tyoelama/Tietoja-tyovoimasta-rakennusalalla/

Riikonen J. Mirror houkuttelee tyttöjä tekniikkaan. (2005). Tekniikka&talous. Saatavissa (viitattu 24.10.2014): http://www.tekniikkatalous.fi/uutiset/mirror+houkuttelee+tyttoja+tekniikkaan/a41256?b=u_tektal

Rinne, R., Kivirauma, J. & Lehtinen, E. (2015). Johdatus kasvatustieteisiin. 8. painos. Juva, Bookwell Oy.

Rissanen, O-J. (2003). Matematiikan tarpeellisuus työelämässä – koulusovelluksena opintovierailu teollisuusyritykseen. Pro gradu – tutkielma. Jyväskylän yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos. Jyväskylä.

Ropo, E. (2008). Oppimisympäristöt opetuksen ja opiskelun kontekstina. Teoksessa: Kulttuuriperintö ja oppiminen. Venäläinen, P. (toim). Jyväskylä, Gummerus Kirjapaino Oy s. 38–47.

Ruohotie, P. (1998). Motivaatio, tahto ja oppiminen. Helsinki, Oy Edita Ab.

Ruutiainen, T. (2004). Työelämän matematiikka tutuksi, 7-luokkalaisten vierailu teknologiayritykseen. Pro gradu – tutkielma. Jyväskylän yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos. Jyväskylä.

Sarikka, H. (2014). Kielentäminen matematiikan opetuksen ja oppimisen tukena. Diplomityö. Tampereen teknillinen yliopisto, teknis-luonnontieteellinen koulutusohjelma, matematiikka. Tampere

Shiefele, U. (2009). Situational and Individual Interest. Teoksessa Wentzel, K. & Wigfield, A. (ed.) Handbook of Motivation at School. New York, Routledge. pp. 197–222.

Schunk, D. & Pajares, F. (2009). Self-Efficacy Theory. Teoksessa Wentzel, K. & Wigfield, A. (ed.) Handbook of Motivation at School. New York, Routledge. pp. 35–54.

Tampereen teknillinen lukio. (2015). Matek, verkkosivu. Saatavissa (viitattu 13.11.2014): http://ttl.yhdistysavain.fi/matek/

Tekniikan akateemisten liitto. 1998. Tekniikka ja teknologia. Tekniikan etiikan tietopankki. Päivitetty 2003. Saatavissa (viitattu 26.10.2104): http://www.tek.fi /tekniikanetiikka/tutki/tutki1.htm

Tekniikka, verkkosivu. Saatavissa (viitattu 1.9.2014): Studentum.fi

Teknologiateollisuus ry (2014a). Elektroniikka- ja sähköteollisuus. Päivitetty 9.7.2014. Saatavissa (viitattu 7.10.2014): http://teknologiateollisuus.fi/fi/teknologia-suomi/ elektroniikka-ja-sahkoteollisuus

Teknologiateollisuus ry (2014b). Kone- ja metallituoteteollisuus. Päivitetty 10.9.2014. Saatavissa (viitattu 7.10.2014): http://teknologiateollisuus.fi/fi/teknologia-suomi/kone-ja-metallituoteteollisuus

Teknologiateollisuus ry (2014c). Tietotekniikka. Päivitetty 21.8.2014. Saatavissa (viitattu 7.10.2014): http://teknologiateollisuus.fi/fi/teknologia-suomi/tietotekniikka

Teknologiateollisuus ry (2014d). Teknologiateollisuuden/Suomen taloustilanne ja näkymät: Syyskuu 2014. Päivitetty 6.10.2014. Saatavissa (viitattu 7.10.2014): http://teknologiateollisuus.fi/fi/ajankohtaista/talous-tilastot/tilanne-ja-nakymat

Tuohilampi, L. & Hannula, M. S. (2013). Matematiikkaan liittyvien asenteiden kehitys sekä asenteiden ja osaamisen välinen vuorovaikutus 3., 7. ja 9. luokalla. Teoksessa Metsämuuronen J. (toim.). Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012. Tampere: Opetushallitus.

Tynjälä, P. Heikkinen, H. & Huttunen R. (2005). Konstruktivistinen oppimiskäsitys oppimisen ohjaamisen perustana. Teoksessa: Kalli, P. & Malinen, A. (toim.) Konstruktivismi ja realismi: Aikuiskasvatuksen 45. vuosikirja. Vantaa, Dark Oy. s. 20–48.

Uusikylä, K. & Atjonen, P. (2005). Didaktiikan perusteet. Porvoo, WSOY. s. 155–156.

Vesterinen, J. 2003. Projektioppimisen opas. Hämeen ammattikorkeakoulu. Saatavissa (viitattu 8.4.2015): http://staff.hamk.fi/~ttuukkanen/projektiopiskelu/projektioppimisen-opas.pdf

Väänänen E. 2014. Kirjallinen kielentäminen ja kämmentietokoneet lukion pitkässä matematiikassa. Pro gradu -tutkielma. Tampereen yliopisto, informatieteiden yksikkö, matematiikka. Tampere

Yrjönsuuri, R. (2007). Matematiikka mieluisaksi: Psykologinen lähestymistapa opetukseen ja opiskeluun sekä matemaattisen ajattelun osaamiseen ja arviointiin. Anjalankoski, Oppilo.

Öhman, P. 2013 Näistä syistä matematiikkaa tarvitsee osata. MTV Uutiset 3.12.2013. Viitattu 23.5.2014. Saatavissa: http://m.mtv.fi/uutiset/kotimaa/artikkeli/tekniikan-akateemiset-matematiikan-opetustavoissa-parannettavaa/2426336

LIITE A: TUTKIMUKSESSA TOTEUTETUT KYSELYT

KYSELY KIINNOSTUKSEN KOHTEISTA

Nimi ______________________________________ Luokka ________

1. Mitä suunnittelet opiskelevasi lukion jälkeen?

Voit mainita halutessasi useamman vaihtoehdon, joiden välillä teet harkintaa.

____

____

2. Millä alalla/aloilla haluaisit työskennellä tulevaisuudessa?

Missä ammat(e)issa haluaisit työskennellä?

____

____

Kerro lyhyesti, miksi haluaisit työskennellä kyseisellä alalla tai ammatissa.

____

____

____

3. Minkälaisia harrastuksia sinulla on? Mistä olet kiinnostunut ja miksi?

____

____

____

____

4. Valitse seuraavista tekniikan tieteenaloista 3-5 eniten kiinnostavaa ja alleviivaa nämä. Voit halutessasi numeroida valitsemasi alat kiinnostavimmasta (1) lähtien nimen oikealle puolelle.

Ammattikorkeakoulutus

Automaatiotekniikka
Bio- ja elintarviketekniikan koulutusohjelma
Elektroniikka
Energiatekniikka
Hyvinvointiteknologia
Kemiantekniikka
Kone- ja tuotantotekniikka
Laboratorioala
Maanmittaustekniikka
Materiaali- ja pintakäsittelytekniikka
Mediatekniikka
Muovitekniikka
Ohjelmistotekniikka
Paperi-, tekstiili- ja kemiantekniikka
Paperikoneteknologia
Paperitekniikka
Prosessitekniikka
Puutekniikan koulutus
Rakennusalan työnjohto, rakennusmestari
Rakennustekniikan koulutus
Sähkötekniikka
Talotekniikka
Tekstiili- ja vaatetustekniikka
Tietotekniikan koulutusohjelma
Tuotantotalous
Tuotekehitys
Veneteknologia
Ympäristöteknologia

Yliopistollinen koulutus

Arkkitehtuuri ja maisema-arkkitehtuuri
Automaatiotekniikka
Biotekniikka ja bioinformaatioteknologia
Biotuotetekniikka
Energiatekniikka
Informaatioverkostot, tietojohtaminen
Kemian tekniikka
Konetekniikka
Maanmittaustieteet: geomatiikka (geoinformatiikka) ja kiinteistötalous
Materiaalitekniikka
Prosessitekniikka
Puunjalostustekniikka
Rakennustekniikka
Sähkötekniikka ja elektroniikka
Teknillinen fysiikka ja matematiikka, teknis-luonnontieteellinen koulutusohjelma
Tietotekniikka ja tietoliikennetekniikka
Tuotantotalous
Ympäristötekniikka

Miten **perustelet** valintasi kiinnostavimmista tieteenaloista?

____

____

Kiitos vastauksistasi!

YKSITTÄISEN TEHTÄVÄN PALAUTEKYSELY

TEHTÄVÄN TEKEMISEEN SISÄLTYY VASTAAMINEN SEURAAVIIN KYSYMYKSIIN:

Oliko tehtävän aihe mielenkiintoinen?

a) Tehtävä ei ollut lainkaan mielenkiintoinen
b) Tehtävä oli vain vähän mielenkiintoinen.
c) Tehtävä oli jonkin verran mielenkiintoinen.
d) Tehtävä oli hyvin mielenkiintoinen.

Kuinka vaativaksi koit tehtävän?

a) helppo b) ei helppo, mutta ei vaikeakaan c) vaikea

Olisiko tehtävän pitänyt olla vaativuudeltaan jotain muuta, mitä?

____

Miksi valitsit tämän tehtävän?

____

____

Parannusehdotukseni: (esimerkiksi koskien laajuutta, haastavuutta, esitietoja, tehtävänantoa, esittelyä ja sisältöä)

____

____

____

____

KYSELY

Geometrian kurssin alussa

Nimi____

Luokka_____________________

Vastaa seuraaviin väittämiin mahdollisimman totuudenmukaisesti laittamalla rasti sopivaan ruutuun .

	täysin eri mieltä	jokseenkin eri mieltä	en osaa sanoa	jokseenkin samaa mieltä	täysin samaa mieltä
1. Matematiikan ala sopii hyvin luovalle ihmiselle.					
2. Arviointikyky on tärkeä matemaattinen taito.					
3. Matematiikka on joukko sääntöjä.					
4. Yritystä ja erehdystä voidaan käyttää matematiikan tehtävien ratkaisemisessa.					
5. Matematiikassa ei ole tehty uusia oivalluksia pitkään aikaan.					
6. Matematiikka auttaa ajattelemaan loogisesti.					
7. Matematiikan oppimisessa onnistuminen riippuu minusta itsestäni.					
8. Minä en ole kovin hyvä matematiikassa.					
9. Matematiikka on mielestäni mielenkiintoista.					
10. Opiskelen matematiikkaa saadakseni hyvän arvosanan.					
11. Minusta tuntuu hyvältä, kun ratkaisen matematiikan tehtävän itse.					
12. Olen valmis työskentelemään pitkänkin aikaa ymmärtääkseni uuden asian matematiikassa.					
13. Pidän sellaisista tehtävistä, joihin vastaus on suoraan kirjassa tai oppitunnilla esitetty.					
14. Matematiikasta on hyötyä jokapäiväisten ongelmien ratkaisemisessa.					
15. Tulen tarvitsemaan lukiossa oppimaani matematiikkaa jatko-opinnoissa.					

16. Minun ei tarvitse oppia matematiikkaa, koska voin käyttää laskinta					
17. Useimmissa ammateissa matematiikan tiedot eivät ole välttämättömiä.					
18. Haluaisin matematiikan opiskeluun enemmän monipuolisuutta.					
19. Sanalliset tehtävät ovat mielestäni hyödyllisiä.					
20. Opetuksessa pitäisi kiinnittää entistä enemmän huomiota käytännön sovelluksiin.					
21. Matematiikan opiskelu on yksipuolista.					
22. Matematiikan opiskelu on käytännönläheistä.					
23. Matematiikkaa tarvitaan yhä useammilla aloilla.					
24. Matematiikan osaajia tarvitaan kehityksessä mukana pysymiseksi.					
25. Matematiikan osaaminen on keskeistä tekniikan alalla.					
26. On tärkeä osata matematiikkaa, jotta saisi hyvän työpaikan.					
27. Useimmat ihmiset eivät käytä matematiikkaa työssään.					
28. Haluaisin työskennellä ammatissa, jossa saan käyttää matematiikkaa.					
29. Voin tulla hyvin toimeen jokapäiväisessä elämässä käyttämättä matematiikkaa.					
30. Suurin osa matematiikasta on käyttökelpoista työelämässä.					
31. Matematiikkaa ei tarvita jokapäiväisessä elämässä.					

Mainitse muutamia ammatteja, joissa matematiikan osaaminen on mielestäsi tärkeää:

____

____

____

Mainitse muutamia ammatteja, joissa matematiikan osaamista ei mielestäsi tarvita:

____

____

KYSELY

Geometrian kurssin lopussa

Nimi____

Vastaa seuraaviin väittämiin mahdollisimman totuudenmukaisesti laittamalla rasti sopivaan ruutuun.	täysin eri mieltä	jokseenkin eri mieltä	en osaa sanoa	jokseenkin samaa mieltä	täysin samaa mieltä
1. Matematiikasta on hyötyä jokapäiväisten ongelmien ratkaisemisessa.					
2. Tulen tarvitsemaan lukiossa oppimaani matematiikkaa jatko-opinnoissa.					
3. Useimmissa ammateissa matematiikan tiedot eivät ole välttämättömiä.					
4. Haluaisin matematiikan opiskeluun enemmän monipuolisuutta.					
5. Sanalliset tehtävät ovat mielestäni hyödyllisiä.					
6. Matematiikan opiskelu on käytännönläheistä.					
7. Matematiikkaa tarvitaan yhä useammilla aloilla.					
8. Matematiikan osaajia tarvitaan kehityksessä mukana pysymiseksi.					
9. Matematiikan osaaminen on keskeistä tekniikan alalla.					
10. On tärkeä osata matematiikkaa, jotta saisi hyvän työpaikan.					
11. Perustelujen kirjoittaminen sanallisesti on mielestäni helppoa.					
12. Tilannekuvan piirtäminen auttaa minua ymmärtämään tehtävää paremmin.					
13. Kirjoittaminen sanallisesti auttaa minua ymmärtämään tehtävää paremmin.					
14. Piirrän usein tilannekuvan tehtävästä helpottamaan ratkaisemista.					
15. Selitän mielelläni muille matematiikan tehtävän ratkaisuani					
16. Kun ratkaisen matematiikan tehtävää, teen ajatustyön päässäni enkä kirjoita paperille kuin välttämättömän.					
17. Sellaista tehtävää, jossa on selitetty vaiheita luonnollisella kielellä, on helpompi ymmärtää kuin sellaista, jossa on vain matematiikan symbolikieltä.					

MAA3 Kurssin toteutuskerta 3.2 kevät 2015.					
1. Geometrian kurssilla kiinnitettiin riittävästi huomiota käytännön sovelluksiin.					
2. Tutkimustehtävät havainnollistivat mihin geometriaa hyödynnetään tekniikan alalla.					
3. Tutkimustehtävät tekivät matematiikan kurssista liian raskaan.					
4. Tutkimustehtävät monipuolistivat matematiikan opetusta.					
5. Tutkimustehtäviä oli liikaa.					
6. Vastaavanlaisia matematiikan sovelluksiin liittyviä tehtäviä olisi hyvä käsitellä muillakin matematiikan kursseilla.					
7. Moodle-ympäristö toimi hyvin tiedon välittäjänä.					
8. Sain riittävästi apua tutkimustehtävien tekemiseen.					
9. Hyödynsin Moodle:ssa jaettuja ratkaisuvinkkejä tutkimustehtävien ratkaisuissa.					
10. Tein tutkimustehtäviä yhdessä yhden tai useamman opiskelijatoverin kanssa.					
11. Voisin osallistua vastaavanlaiseen kurssitoteutukseen uudestaan					
12. Vierailut TTY:lle ja TAMKiin.					
13. Vierailut olivat hyvä lisä sovellusten havainnollistamiseen.					
14. Vierailuja, joihin liittyy esitehtävä kurssialueen aihepiiristä, olisi hyvä olla muillakin matematiikan kursseilla.					
15. En oppinut mitään uutta vierailulla.					

Mainitse muutamia ammatteja, joissa matematiikan osaaminen on mielestäsi tärkeää:

____

____

Tutkimustehtävien hyvät ja huonot puolet:

____

____

Mikä tutkimustehtävä jäi mieleen? Miksi?

____

____

Muutos-/parannusehdotuksiani kurssin toteutukseen tai tutkimustehtäviin liittyen:

____

PALAUTE VIERAILUSTA TAMPEREEN TEKNILLISESSÄ YLIOPISTOSSA

Oliko vierailutehtävän aihe mielenkiintoinen?

a) Tehtävä ei ollut lainkaan mielenkiintoinen
b) Tehtävä oli vain vähän mielenkiintoinen.
c) Tehtävä oli jonkin verran mielenkiintoinen.
d) Tehtävä oli hyvin mielenkiintoinen.

Kuinka vaativaksi koit tehtävän?

a) helppo b) ei helppo, mutta ei vaikeakaan c) vaikea

Olisiko tehtävän pitänyt olla vaativuudeltaan jotain muuta, mitä?

____

Vastaa seuraaviin väittämiin ympyröimällä sopivin vaihtoehto:

Vierailutehtävää havainnollistettiin ja selitettiin riittävästi.

a) täysin eri mieltä b) eri mieltä c) en osaa sanoa d) samaa mieltä e) täysin samaa mieltä

Minulla jäi epäselväksi joitakin vierailutehtävään liittyviä asioita.

a) täysin eri mieltä b) eri mieltä c) en osaa sanoa d) samaa mieltä e) täysin samaa mieltä

Jos vastasit edelliseen d) tai e), mikä jäi epäselväksi?

____

Tehtävä havainnollisti geometrian hyödyntämistä tekniikan alalla.

a) täysin eri mieltä b) eri mieltä c) en osaa sanoa d) samaa mieltä e) täysin samaa mieltä

Tulisin vastaavanlaiselle vierailulle uudestaan.

a) täysin eri mieltä b) eri mieltä c) en osaa sanoa d) samaa mieltä e) täysin samaa mieltä

Tampereen teknillisessä yliopistossa opiskeleminen lukion jälkeen kiinnostaa minua

a) täysin eri mieltä b) eri mieltä c) en osaa sanoa d) samaa mieltä e) täysin samaa mieltä

Parannusehdotukseni vierailusta ja vierailutehtävästä:

____

____

____

____

PALAUTE VIERAILUSTA TAMPEREEN AMMATTIKORKEAKOULUSSA

NIMI:____

Vastaa seuraaviin kysymyksiin ja väittämiin ympyröimällä sopivin vaihtoehto:

A. SINIVIIVAIN

1 A Oliko tehtävän aihe mielenkiintoinen?

a) ei lainkaan mielenkiintoinen
b) vain vähän mielenkiintoinen
c) jonkin verran mielenkiintoinen
d) hyvin mielenkiintoinen

2 A Kuinka vaativaksi koit tehtävän?

a) helppo
b) ei helppo, mutta ei vaikeakaan
c) vaikea

Olisiko tehtävän pitänyt olla vaativuudeltaan jotain muuta, mitä?

____

3 A Tehtävää havainnollistettiin ja selitettiin riittävästi.

a) täysin eri mieltä b) eri mieltä
c) en osaa sanoa d) samaa mieltä
e) täysin samaa mieltä

4 A Minulla jäi epäselväksi joitakin tehtävään liittyviä asioita.

a) täysin eri mieltä b) eri mieltä
c) en osaa sanoa d) samaa mieltä
e) täysin samaa mieltä

Jos vastasit edelliseen d) tai e), mikä jäi epäselväksi?____________________________________

____

5 A Tehtävä havainnollisti geometrian hyödyntämistä tekniikan alalla.

a) täysin eri mieltä b) eri mieltä
c) en osaa sanoa d) samaa mieltä
e) täysin samaa mieltä

B. ROLLAATTORIN KALLISTUMISEN TESTAUS

1 B Oliko tehtävän aihe mielenkiintoinen?

a) ei lainkaan mielenkiintoinen
b) vain vähän mielenkiintoinen
c) jonkin verran mielenkiintoinen
d) hyvin mielenkiintoinen

2 B Kuinka vaativaksi koit tehtävän?

a) helppo
b) ei helppo, mutta ei vaikeakaan
c) vaikea

Olisiko tehtävän pitänyt olla vaativuudeltaan jotain muuta, mitä?

____

3 B Tehtävää havainnollistettiin ja selitettiin riittävästi.

a) täysin eri mieltä b) eri mieltä
c) en osaa sanoa d) samaa mieltä
e) täysin samaa mieltä

4 B Minulla jäi epäselväksi joitakin tehtävään liittyviä asioita.

a) täysin eri mieltä b) eri mieltä
c) en osaa sanoa d) samaa mieltä
e) täysin samaa mieltä

Jos vastasit edelliseen d) tai e), mikä jäi epäselväksi?____________________________________

____

5 B Tehtävä havainnollisti geometrian hyödyntämistä tekniikan alalla.

a) täysin eri mieltä b) eri mieltä
c) en osaa sanoa d) samaa mieltä
e) täysin samaa mieltä

C. JYRSINKAPPALEEN HUKKAMATERIAALI

1 C Oliko tehtävän aihe mielenkiintoinen?
a) ei lainkaan mielenkiintoinen
b) vain vähän mielenkiintoinen
c) jonkin verran mielenkiintoinen
d) hyvin mielenkiintoinen

2 C Kuinka vaativaksi koit tehtävän?
a) helppo
b) ei helppo, mutta ei vaikeakaan
c) vaikea

Olisiko tehtävän pitänyt olla vaativuudeltaan jotain muuta, mitä?
____

3 C Tehtävää havainnollistettiin ja selitettiin riittävästi.
a) täysin eri mieltä b) eri mieltä
c) en osaa sanoa d) samaa mieltä
e) täysin samaa mieltä

4 C Minulla jäi epäselväksi joitakin tehtävään liittyviä asioita.
a) täysin eri mieltä b) eri mieltä
c) en osaa sanoa d) samaa mieltä
e) täysin samaa mieltä

Jos vastasit edelliseen d) tai e), mikä jäi epäselväksi?_______________________________
____

5 C Tehtävä havainnollisti geometrian hyödyntämistä tekniikan alalla.
a) täysin eri mieltä b) eri mieltä
c) en osaa sanoa d) samaa mieltä
e) täysin samaa mieltä

D. PIKARIN VALMISTAMINEN SORVILLA

1 D Oliko tehtävän aihe mielenkiintoinen?
a) ei lainkaan mielenkiintoinen
b) vain vähän mielenkiintoinen
c) jonkin verran mielenkiintoinen
d) hyvin mielenkiintoinen

3 D Tehtävää havainnollistettiin ja selitettiin riittävästi.
a) täysin eri mieltä b) eri mieltä
c) en osaa sanoa d) samaa mieltä
e) täysin samaa mieltä

4 D Minulla jäi epäselväksi joitakin tehtävään liittyviä asioita.
a) täysin eri mieltä b) eri mieltä
c) en osaa sanoa d) samaa mieltä
e) täysin samaa mieltä

Jos vastasit edelliseen d) tai e), mikä jäi epäselväksi?_____________________________
____

5 D Tehtävä havainnollisti geometrian hyödyntämistä tekniikan alalla.
a) täysin eri mieltä b) eri mieltä
c) en osaa sanoa d) samaa mieltä
e) täysin samaa mieltä

6. Tulisin vastaavanlaiselle vierailulle uudestaan.
   a) täysin eri mieltä b) eri mieltä c) en osaa sanoa d) samaa mieltä e) täysin samaa mieltä
7. Tampereen ammattikorkeakoulussa opiskeleminen lukion jälkeen kiinnostaa minua
   a) täysin eri mieltä b) eri mieltä c) en osaa sanoa d) samaa mieltä e) täysin samaa mieltä

8. Parannusehdotukseni vierailusta ja vierailutehtävistä:

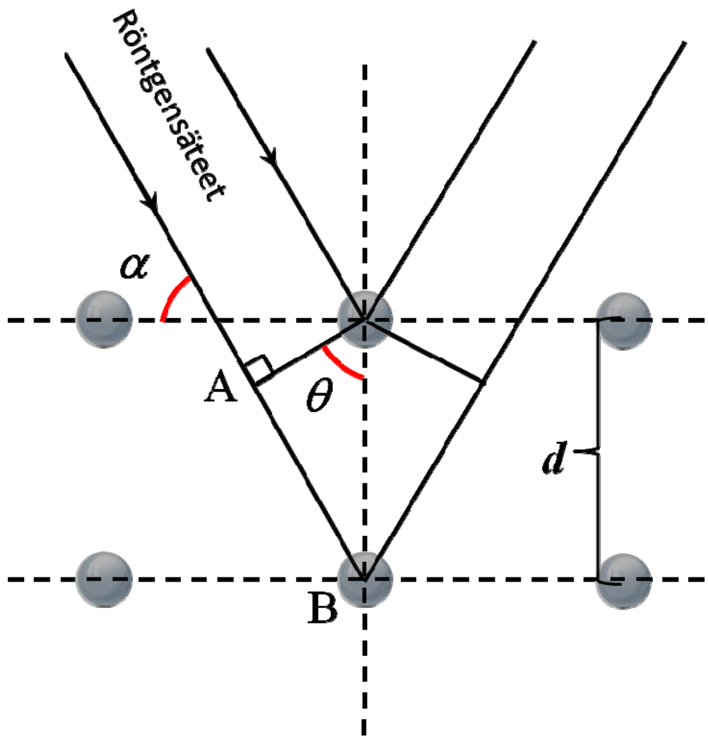
LIITE B: HYÖDYNNETYT SOVELLUSTEHTÄVÄT/TUTKIMUSTEHTÄVÄT

TUTKIMUSTEHTÄVÄ 1

2 Kulmien ominaisuuksia (3.2 suorakulmainen kolmio)

ESITIETOJA: Aineiden mikrorakenne vaikuttaa aineen fysikaalisiin ja kemiallisiin ominaisuuksiin. Tieto aineiden rakenteista auttaa muun muassa tunnistamaan aineita, ennustamaan niiden välisiä reaktioita, valitsemaan sopivia materiaaleja eri käyttötarkoituksiin ja kehittämään uusia materiaaleja.

Röntgendiffraktometrilla voidaan tutkia kiteisen aineen mikrorakennetta. Röntgendiffraktometriä käytettäessä hyödynnetään tietoa röntgendiffraktioilmiöstä ja Braggin laista. Mittauksessa näytteeseen kohdistetaan röntgensäteilyä tunnetussa kulmassa (kuvassa 1, α). Braggin lain perusteella voidaan määrittää atomitasojen etäisyys toisistaan (kuvassa 1, d). Tämän etäisyyden suuruus riippuu näyteaineesta. Tässä tehtävässä tarkastellaan ainoastaan Braggin lakiin liittyvää yksinkertaista geometriaa ja trigonometriaa. Lakia ei johdeta eikä käsitellä tarkemmin.



KUVA 1. Braggin lain geometriaa.

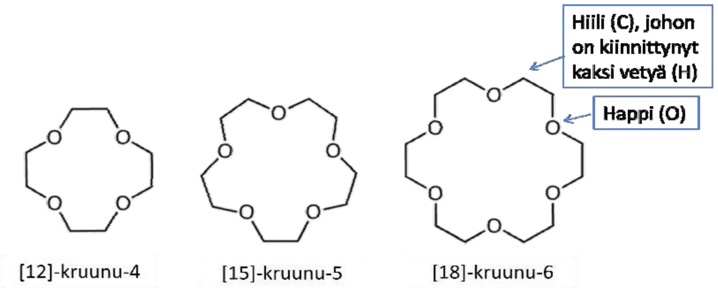
TEHTÄVÄ: a) Mikä on kulmien α ja θ välinen riippuvuus? Perustele geometrialla kuvin, sanoin ja kaavoin.

b) Miten ilmaiset janan AB pituuden välimatkan d ja kulman θ avulla? Perustele kuvalla ja sanallisesti.

TUTKIMUSTEHTÄVÄ 2

3.2 Suorakulmainen kolmio (5.1 Ympyrä)

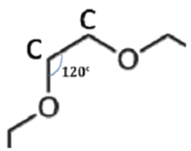
ESITIETOJA: Tässä tehtävässä käsitellään orgaanisen kemian aihepiiristä kruunueettereitä ja niiden rakenteen erästä erikoisominaisuutta. Makrosykliset eli isorenkaiset kruunueetterit kykenevät muodostamaan kompleksiyhdisteen positiivisten ioneiden, kuten Li^+, Na^+ ja K^+ kanssa. Positiivisen ionin sopivuus tiettyyn kruunueetterirenkaaseen riippuu renkaan ja ionin koosta. Kruunueetterin rakennetta voidaan mallintaa tasossa kuvan 1 mukaisesti.



KUVA 1. Mallit kolmesta erilaisesta kruunueetteristä. Taulukossa 1 on esitetty tehtävän kannalta olennaiset mitat.

TAULUKKO 1. Sidosten happi-hiili-hiili välinen kulma, sidospituudet happi-hiili sekä hiili-hiili, hapen Van der Waalsin säde sekä kaliumionin halkaisija.

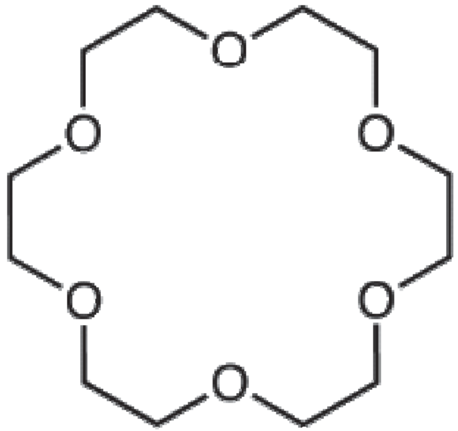
kulma O-C-C	120°
C-O sidospituus	~ 143 pm
C-C sidospituus	~ 142 pm
Hapen (O) Van der Waalsin säde	152 pm
Kaliumionin halkaisija	266 pm



Van der Waalsin säde määrää yleensä etäisyyden molekyylin atomista, jota lähemmäksi viereinen molekyyli ei voi tulla.

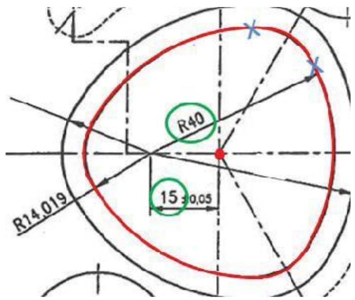
TEHTÄVÄ: Perustele tasogeometriaa ja ohessa olevan taulukon tietoja hyväksi käyttäen, miksi juuri Kaliumioni sopii [18]kruunu-6 eetterin muodostaman renkaan sisään. Käytä monipuolisesti laskuja, kuvia ja sanallista selitystä. Minkälaisia kolmioita hyödynsit?

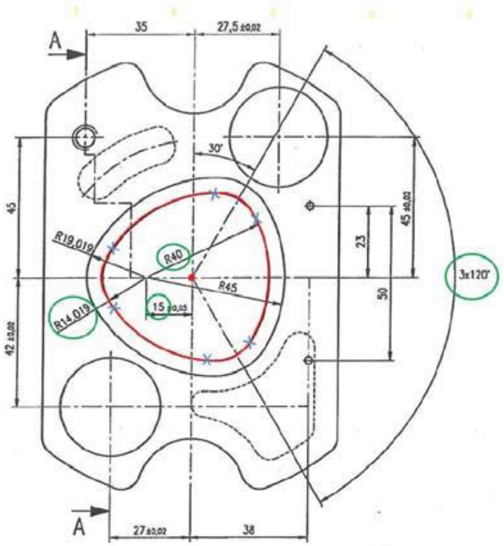
VASTAUSPAPERI (2 Kruunueetteri):



TUTKIMUSTEHTÄVÄ 3

ESITIETOJA: Kappaleiden koneellista valmistamista varten luodaan ohjelma, jonka mukaan kone tietää, minkälaisia muotoja eri terillä aihioon työstetään. Ohjelma ilmaisee valitun koordinaatiston mukaan minkä pisteiden kautta terä kulkee, jotta saataisiin työstettyä haluttu muoto.

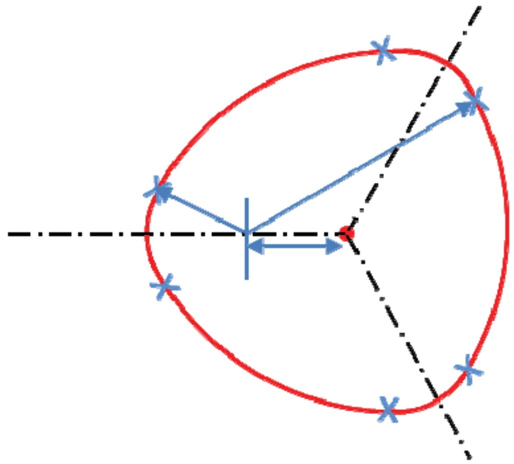


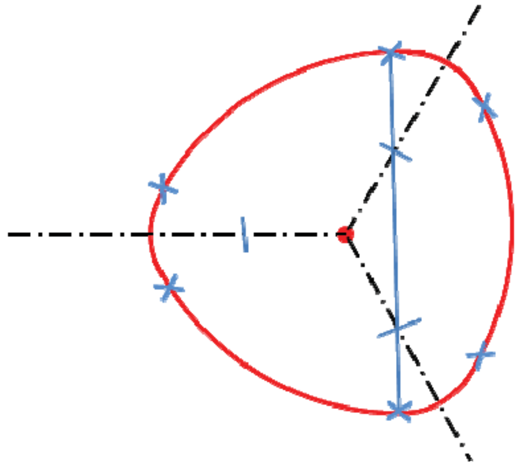


TEHTÄVÄ:
Yllä olevassa harjoitusesimerkissä jyrsittävän kappaleen keskellä on reikä (kuvassa punaisella viivalla). Reikä muodostuu kolmesta 40 mm säteisen ympyrän kaaresta sekä kolmesta noin 14,019 mm säteisen ympyrän kaaresta. Ohjelmaa varten tulisi tietää, mitkä ovat etäisyydet kappaleen keskipisteestä (pun.) näiden kaarien yhtymäkohtiin (siniset ristit). Ratkaise näistä pisteistä kaksi suurennokseen merkittyä pistettä. Hyödynnä ratkaisussa sekä laskuja, kuvia että sanallisia perusteluita.

Kuvan mitat ovat millimetrejä. Pitkällä pistekatkoviivalla on esitetty symmetria-akseleita.

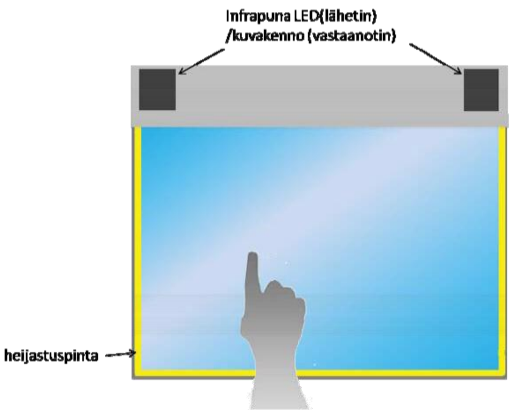
VASTAUSPAPERI (3 'pyöristetty kolmio'):





TUTKIMUSTEHTÄVÄ 4A

ESITIETOJA: On olemassa useita menetelmiä, joilla kosketusnäytöllä toimiva laite tunnistaa kosketuksen. Yksi menetelmä, jota käytetään isommissa kosketusnäytöissä, perustuu optiikkaan. Tässä Optical imaging -menetelmässä kaksi infrapunasäteilyn lähetintä/vastaanotinta sijaitsee kosketuspinnan reunoilla. Nämä toimivat sekä IR-lähteinä että kuvasensoreina (vastaanottimina). IR-valo säteilee lähettimistä tasona kosketuspinnan yli reunoilla sijaitseville heijastaville pinnoille, joista se heijastuu samassa kulmassa takaisin vastaanottimille. Kosketus tunnistetaan kun se estää (osaa) valonsäteitä palaamasta vastaanottimille. Kosketuspisteen sijainnin laskemisessa käytetään kolmiomittausta (triangulation).



Kuva 18. Optical imagingin kosketusnäytön malli kahdella IR-lähetin/vastaanottimella.

Käytännössä lähettimet pystyvät tunnistamaan missä kulmassa kosketettu piste on lähettimeen nähden, mutta ei etäisyyttä.

TEHTÄVÄ: Selitä geometrian avulla, miten on mahdollista määrittää kosketuspisteen tarkka sijainti eli miten voidaan selvittää sormen etäisyys IR-lähettimistä?

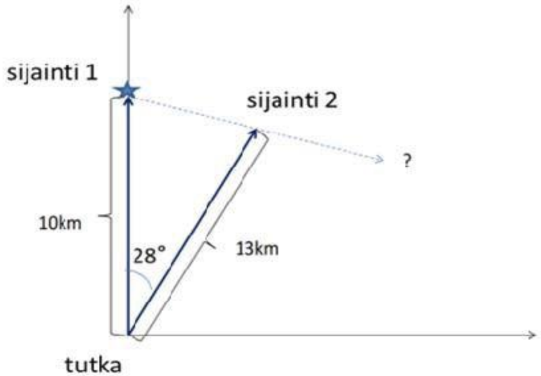
TUTKIMUSTEHTÄVÄ 4B

ESITIETOJA: Tämä tehtävä on tullut tietoliikennetekniikan aihepiiristä. Siellä tehtävässä hyväksi käytetyn matematiikan lauseen ymmärtäminen on erittäin olennaista. Itse tehtävä on kuvitteellinen.

TEHTÄVÄ : Suomen puolustusvoimien tutka havaitsee miehittämättömän kohteen, joka sijaitsee 10 km pohjoiseen. Kohde liikkuu kohti itää ja minuutin kuluttua se havaitaan olevan 13 km päässä tutkasta. Tutkan ja ensimmäisen sijainnin sekä tutkan ja toisen sijainnin välinen kulma on 28°. Piirrä tilanteesta kuva. a) Mikä on kyseisen kohteen nopeus?

Mitä lausetta käytät, perustele?

b) Jos kohde liikkuu edelleen samaan suuntaan samalla nopeudella, kuinka kaukana se sijaitsee tutkasta minuutin kuluttua?



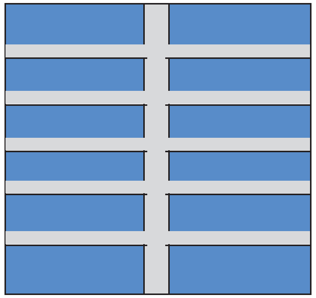
TUTKIMUSTEHTÄVÄ 5

4.1 Monikulmio

ESITIETOJA: Aurinkokennojen suunnittelussa on eriteltävä aurinkokennon rakenteeseen kuuluvat parametrit, jotta voidaan löytää optimaalisin rajaehtojen sisällä oleva ratkaisu. Rajoitteet tulevat siitä ympäristöstä, missä aurinkokennoja tuotetaan. Esimerkiksi kaupallisessa ympäristössä, jossa on tarkoitus valmistaa hinnaltaan kilpailukykyinen aurinkokenno, tietyn rakenteen aiheuttamat valmistuskustannukset on otettava huomioon. Tutkimusympäristössä sen sijaan tavoitteena on tuottaa mahdollisimman korkeatehoinen laboratoriotyypin kenno, jolloin tehokkuus on kustannuksien sijaan merkittävin ominaisuus.

Aurinkokennojen yleisin materiaali on pii. Piikidekennojen teoreettinen hyötysuhde on 31 %. Hyötysuhdetta huonontavat mm. etukontaktin aiheuttaman varjostuksen määrä paneelien pinnalla, kontaktien resistanssi sekä heijastukset paneelin päällä olevasta lasista. Tällä hetkellä parhaiden piistä valmistettujen aurinkopaneelien hyötysuhde on noin 18 %

Optista häviötä voidaan minimoida muun muassa kontaktin pintaa minimoimalla kennon edessä. Tämä voi kuitenkin johtaa suurempaan resistanssiin kontaktissa. Kontaktielementti on kuitenkin välttämätön, jotta aurinkokennon tuottama sähkövirta saataisiin kerättyä. Kuvassa 1 on mallikuva aurinkokennosta. Harmaalla on kuvattu etukontaktin muoto edestä katsottuna ja sinisellä on piikidepinta.



KUVA 1 Malli aurinkokennosta

TEHTÄVÄ: Jos yhden kennon leveys ja pituus on 15,6 cm, minkälaisilla mitoilla suunnittelisit kuvan 1 mukaisen kontaktipinnan, jotta sen varjostama pinta-ala koko piikiteen pinta-alasta olisi noin 16 %?

Ohessa on ratkaisu yllä olevaan tehtävään. Selvitä, mitä ratkaisussa on tehty ja selitä viereen ratkaisun vaiheet. Onko tulos oikein? Korjaa tarvittaessa.

$$A_1 = (15{,}6\text{ cm})^2 = 243{,}36\text{ cm}^2$$

$$A_2 = A_1 \cdot 0{,}16 = 243{,}36\text{ cm}^2 \cdot 0{,}16$$
$$= 38{,}976\text{ cm}^2$$

$$6 \cdot 15{,}6 \cdot x = 38{,}9376$$

$$93{,}6x = 38{,}9376$$

$$x = 0{,}416\ (\text{cm})$$

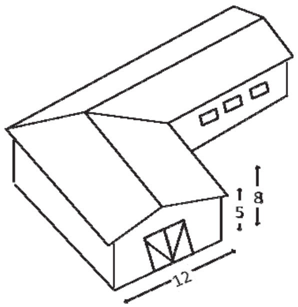
V. Kun aurinkokennon kontaktin ristikko muodostuu noin 0,41 cm leveistä ja 15,6 cm pitkistä elementeistä niiden varjostama pinta-ala koko kennon pinta-alasta on noin 16 %.

TUTKIMUSTEHTÄVÄ 6

4.2 Nelikulmio - suunnikas

ESITIETOJA: Geometria on keskeinen rakennusalalla. Rakennukset muodostuvat monenlaisista pinnoista ja tilavuuksista. Rakennuksien eri osien pinta-alojen ja tilavuuksien määrityksiä tehdään eri käyttötarkoituksiin: rakennuslupiin, urakkatarjouksiin, materiaalien tilauksiin jne. Ohessa on käytännönläheinen tehtävä materiaalin määrän arvioimisessa.

TEHTÄVÄ: Harjakattoinen varasto on pohjaltaan suorakulmaisen L-kirjaimen muotoinen. Katon harja on 8 m ja räystäät 5 m korkeudella maanpinnasta. Katon leveys räystäästä räystääseen on 12 m kummassakin siivessä. Katon harja sijaitsee symmetrisesti katon keskellä ja harjan kokonaispituus on 40 m.

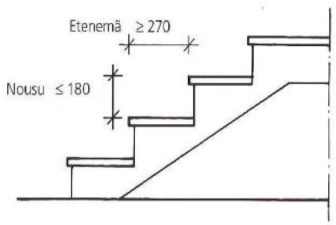


Varaston katto maalataan. Kuinka monta 2,7 litran astiaa maalia on ostettava, kun maalilitra peittää 6 m^2? Laske vaiheittain ja perustele vastaustasi myös kuvin ja sanoin.

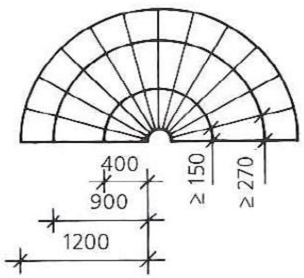
TUTKIMUSTEHTÄVÄ 7

5.1 Ympyrä, peruskäsitteet

ESITIETOJA: Rakennuksesta pitää pystyä poistumaan turvallisesti tulipalo- tai muussa hätätilanteessa. Rakennuksissa tulee siten olla riittävästi sopivasti sijoitettuja, tarpeeksi väljiä ja helppokulkuisia uloskäytäviä, jotta rakennuksesta poistumisaika ei ole vaarallisen pitkä. Jos uloskäytävänä ovat portaat, niiden tulee täyttää seuraavat rajaehdot. Portaan askelman nousu saa olla enintään 180 mm ja askelman etenemän tulee olla vähintään 270 mm (kuva 1). Jos askelmien etureunat eivät ole yhdensuuntaiset, niiden etenemä mitataan yli 1200 mm leveissä tai leveämmissä uloskäytävässä 900 mm:n etäisyydeltä uloskäytävän siitä reunasta, jossa askelma on kapeampi. Tällaisessa uloskäytävässä askelma ei kuitenkaan saa olla 150 mm:ä kapeampi mitattaessa 400 mm:n etäisyydellä uloskäytävän siitä reunasta, jossa askelma on kapeampi. Askelman etenemä kierreportaassa on oltava vähintään 150 mm.



KUVA 1. Askelmien mitoitusta



KUVA 2. 1200 mm leveän kierreportaan mitoitusta

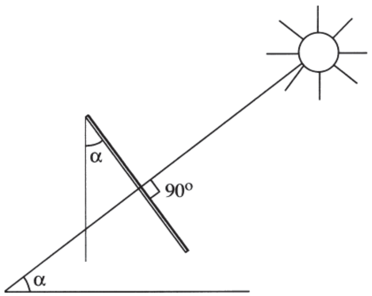
TEHTÄVÄ: Kierreportaita suunnitellaan rakennukseen uloskäytäväksi. Lattiatilaa on varattu portaikkoon ympyrän muotoinen alue, jonka halkaisija on 2200 mm. Portaissa on oltava kaikkialla vähintään 2300 mm tilaa korkeussuunnassa. (Käytännössä kierreportaikko kiertää täsmälleen täyden ympyrän kerroksien välillä.) Kierreportaikon keskiaukon halkaisija on suunniteltu olevan 200 mm. Tehtävänä on selvittää, kuinka monta porrasta kierreportaikossa voi olla (enintään ja vähintään), jotta ne täyttäisivät yllä mainitut vaatimukset. Laske vaiheittain ja perustele ratkaisuasi kuvin ja sanoin.

Kuvien lähde: Siikanen U. 2014. Rakennusfysiikka: Perusteet ja sovelluksia. Rakennustieto Oy, Tampere.

TUTKIMUSTEHTÄVÄ 8

5.1 Ympyrä peruskäsitteitä (tai 5.2)

ESITIETOJA: Aurinkopaneelille tuleva säteilyteho on suurimmillaan silloin, kun se tulee paneeliin suorassa kulmassa (kuva 1). Aurinkopaneelien asennuksessa Suomessa ohjeistetaan yleisesti, että aurinkopaneelit kannattaa suunnata etelään 40 - 45 asteen kulmaan.



Kuva 1. Aurinkopaneelin suunta on auringonsäteisiin nähden optimaalisin.

Jos haluaa paneelinsa tuottavan tehokkaammin sähköä, suositellaan, että aikaisin keväällä ja myöhään syksyllä paneeli asetettaisiin 90° kulmaan, koska aurinko paistaa matalammalta.

Aurinko paistaa kohtisuoraan korkeintaan pohjoisen pallonpuoliskon leveyspiirille 23,5 astetta eli Kravun kääntöpiirille (kesäpäivän seisaus). Aurinko paistaa kohtisuoraan korkeintaan eteläisen pallonpuoliskon leveyspiirille 23,5 astetta eli Kauriin kääntöpiirille (talvipäivän seisaus).

TEHTÄVÄ: Kuinka hyvin aurinkopaneelien asennusohje pitää paikkansa Tampereella? Perustele laskuin, sanallisesti ja kuvin käyttäen hyväksesi geometriaa? Piirrä mallikuvat tilanteesta sekä talvella (talvipäivän seisaus), että kesällä (kesäpäivän seisaus), mikä olisi rajoilla optimaalinen asennuskulma.

Miten mahdollisesti muuttaisit ohjetta Tampereella käytettävälle aurinkopaneelille?

Vihje: Oleta, että maapallo on tasainen pallopinta. Pystyt mallintamaan tilannetta tasossa (maapallo on ympyrä). Tampere sijaitsee noin 61,5° pohjoista leveyttä.

TUTKIMUSTEHTÄVÄ 9

6.1 Yhtenevyys

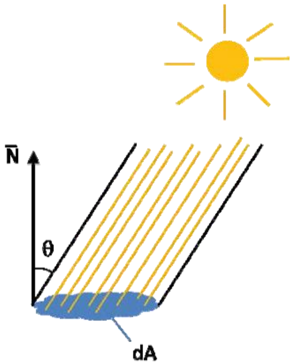
ESITIETOJA: 3D-grafiikalla tuotettuihin näkymiin saadaan enemmän todentuntua, kun niiden valaistusta simuloidaan. Vaikka täydelliseen realismiin ei pyrittäisi valoisat ja varjostetut alueet sekä heijastukset antavat paremmin visuaalisia vihjeitä katsojalle pintojen muodoista. Lähtökohtaisesti paikallisessa valaistusmallissa voidaan käsitellä yksittäistä pistettä, jossa tunnetaan pinnan suunta sekä tähän pisteeseen vaikuttavat valonlähteet. Tehtävänä on silloin määrittää yleensä katsojan suuntaan pinnasta lähtevä valo.

Yksinkertaisimmillaan valaistuksen mallissa oletetaan, että kaikkiin pisteisiin osuu yhtä voimakas taustavalo (eli ambientti valo). Kuva 1 a) havainnollistaa tätä. Valolla on sama intensiteetti kaikkialla ja kaikilla pinnoilla on yhtä suuri valaistus. Kuvasta voi huomata, että pelkkä ambientti valo tuottaa tasaisia, varjottomia väripintoja. Tämän vuoksi yleensä halutaan käyttää muunlaisiakin valonlähteitä.

Ambienttia valoa kehittyneemmässä valaistuksen mallissa maailman valonlähteet ajatellaan pisteiksi, jotka säteilevät valoa ympäristöönsä. Jos valonlähde on riittävän kaukana (kuten aurinko), siitä saapuvilla säteillä voidaan olettaa olevan sama suunta.

Kuva 1: Malli, joka on pirretty käyttäen pelkkää ambienttia valoa (a); lisäksi kahta diffuusisti heijastuvaa pistemäiästä valoa (b).

TEHTÄVÄ: Tarkastellaan tiettyä pinnan pistettä, jossa pinnan normaali on $\overrightarrow{\mathrm{N}}$, ja johon tulee valoa valonlähteestä kulmassa θ normaaliin nähden, kuten kuvassa 2. Tarkastellaan hyvin pientä pinnan osaa pisteen ympärillä, jonka pinta-ala on dA. Valonlähteestä tulevat valonsäteet osuvat tälle pinnan osalle käytännöllisesti katsoen yhdensuuntaisina, kuten kuvassa 2 on esitetty. Pinnan vastaanottama valoenergia riippuu valon tulokulmasta; mitä vinommin se saapuu pintaan sitä vähemmän se vastaanottaa valoenergiaa eli sitä tummempi pinnan kohta on.

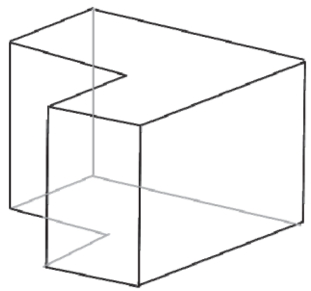


Kuva 2: Valon osuminen pieneen pinnan osaan.

Pintaan saapuva valoenergia riippuu siihen osuvan valoenergian poikkipinta-alasta. Hahmota itsellesi kuvasta, mikä on valoenergian poikkipinta-ala? Miten määrittelet poikkipinta-alan, kun tiedetään kulma θ ja dA. Perustele kuvin, sanoin ja kaavoin.

TUTKIMUSTEHTÄVÄ 10

TEHTÄVÄ: Käytävä on poikkileikkaukseltaan suorakaide ja siinä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän leveys on $\mathrm{d} = 2{,}0\ \mathrm{m}$ ja korkeus $\mathrm{h} = 3{,}0\ \mathrm{m}$. Tarkastele oheista ratkaisua ja selitä, ratkaisun välivaiheet hyödyntäen myös kuvia. Mitä etäisyyttä tehtävässä on kysytty? Kirjoita loppuun vastaus sopivalla tarkkuudella. (Vinkki: katso kirjan sivu 35)



RATKAISU:

$2\ \mathrm{m} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}\ \mathrm{m}$ ____

$2\sqrt{2}\ \mathrm{m} + 2\sqrt{2}\ \mathrm{m} = 4\sqrt{2}\ \mathrm{m}$ ____

____

$x^2 = \left(4\sqrt{2}\ \mathrm{m}\right)^2 + (3\ \mathrm{m})^2$ ____

$\Leftrightarrow x = \sqrt{\left(4\sqrt{2}\ \mathrm{m}\right)^2 + (3\ \mathrm{m})^2}$ ____

$x = \sqrt{32 + 9} \Leftrightarrow x = \sqrt{41}$ ____

$x \approx 6{,}4031 \approx$ ____________

Vastaus: __________________

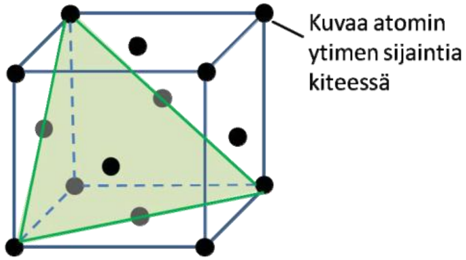
____

$2\ \mathrm{m} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}\ \mathrm{m}$

TUTKIMUSTEHTÄVÄ 11

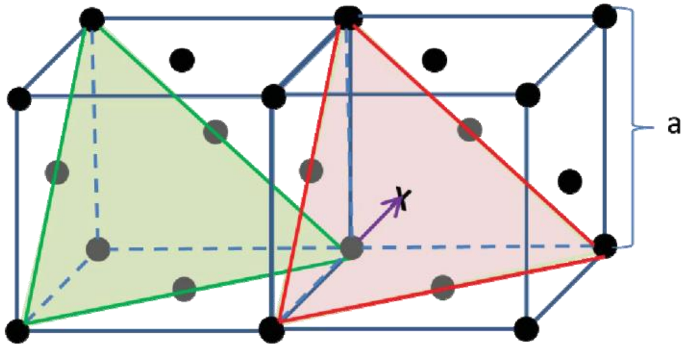
ESITIETOJA: Röntgendiffraktiolla voidaan määrittää kiteisen aineen atomitasojen välimatkaa. Aineella, jolla on pintakeskisen kuution kiderakenne (kuva 1), röntgendiffraktiomittaustuloksena saadaan pituuksia, jotka ovat hiloissa muodostuvien atomitasojen lyhyimmät etäisyydet. Atomitasoja voi hahmotella hilakuution leikkaavina tasoina. Yksi tällaisen kiderakenteen leikkaava taso muodostuu kuvan 2 mukaisesti:

KUVA 1 Pintakeskisen kuution kiderakenteen mallikuva.



KUVA 2 Kiteen leikkaava atomitasosta muodostuu tasasivuinen kolmio, joka kärkinä ovat kolme hilakuution kärkeä. Kolmion sivut 'leikkaavat' kolme tahkon keskellä olevaa atomia (ovat siten myös tahkon lävistäjiä).

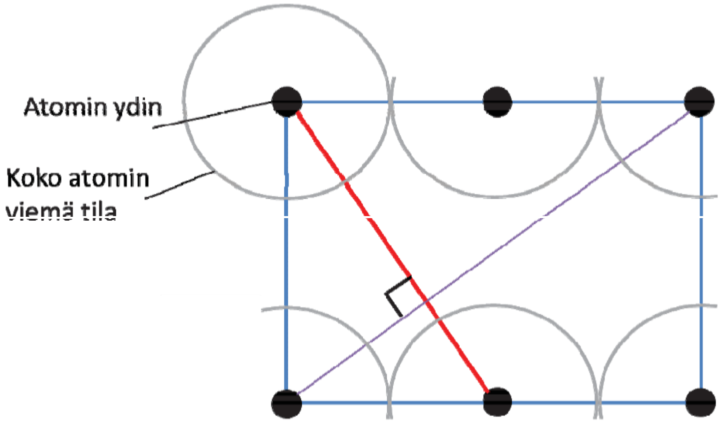
Lyhyin etäisyys vierekkäisten hilojen leikkauspintojen välillä on esitetty kuvassa 3



KUVA 3 Lyhyin etäisyys on kolmion kärjestä toisen hilan leikkauskolmion keskivaiheille (violetti nuoli). Nuoli on kohtisuorassa molempiin kolmioihin nähden. (Kuvaan ei ole piirretty kaikkien tahkojen keskellä olevia atomeja hahmottamisen selkeyden vuoksi.)

Miten voidaan laskea hilan sivun pituus a ja atomin säde r, kun tunnetaan leikkauspintojen lyhin etäisyys, h?

Otetaan leikkauskuva tilanteesta (Mistä kohtaa kidettä? Piirrä esim. kidekuvaan, voit nimetä kirjaimilla kuvan atomit ja vastaavat kuvaan 2 tai 3):



Merkitse leikkauskuvaan suureet sivun pituus, a, ja atomin säde, r ja lyhyin etäisyys h.

Muotoile näiden avulla lauseke, jolla voidaan ratkaista hilakuution sivun pituus ja atomin säde. Muista perustella ratkaisutapasi!

TUTKIMUSTEHTÄVÄ 12

9.2 Ympyrälieriö

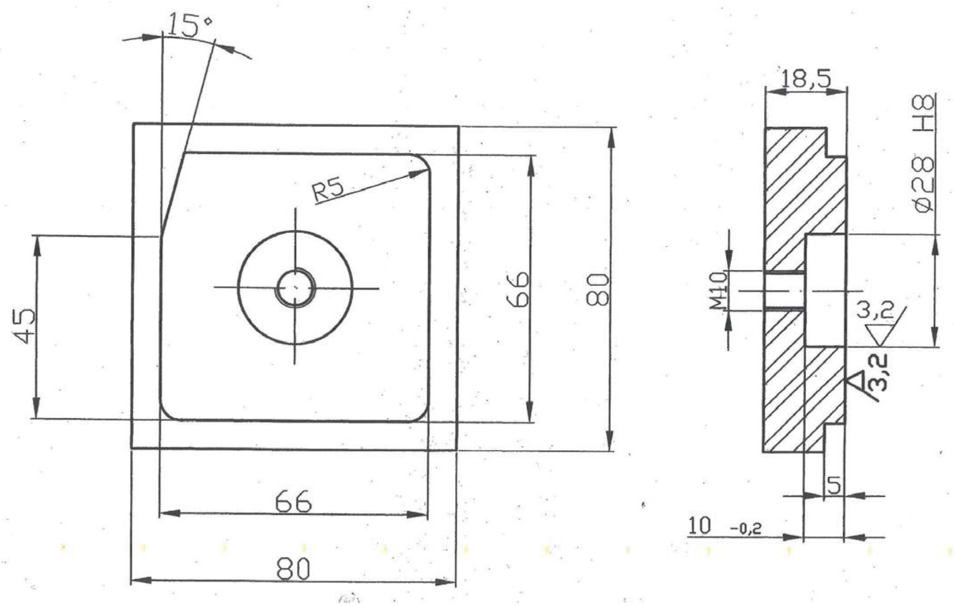
ESITIETOJA: Eräässä tutkimuksessa haluttiin selvittää magnetiitin käyttäytymistä erilaisissa kemiallisissa liuoksissa. Magnetiitti on mineraali, jonka yksi merkittävä ominaisuus on sen vahva magneettisuus. Tutkimuksessa näyteliuosta pumpattiin ympyrälieriön muotoisen metallisen putken sisään asetetun magnetiittijauheen läpi. Putken pituus oli 20 cm ja sisähalkaisija 1,0 cm.

TEHTÄVÄ: Magnetiitin tiheys on $5{,}157\ \frac{g}{cm^3}$. Kuinka monta grammaa magnetiittia oli punnittava vaa'alla, jotta putkeen saatiin 3,0 cm paksuinen kerros magnetiittia? Anna vastaus kolmen desimaalin tarkkuudella. Laske vaiheittain ja selitä laskuja kuvin ja sanoin.

TUTKIMUSTEHTÄVÄ 13

9.3 Särmiö

ESITIETOJA: Tuotantotekniikan aihepiirissä on osattava määrittää erilaisiin kappaleisiin tarvittava materiaalin määrä tai kuinka paljon tietystä aihiosta työstetyissä kappaleissa menee materiaalia hukkaan eli kuinka paljon ainetta poistuu työstön aikana. Mitä vähemmän ainetta menee hukkaan sitä kannattavampaa usein työstö on. Tämän vuoksi joskus kovin monimutkaiset kappaleet työstetään valuista, joiden muoto on lähempänä lopullista tuotetta.



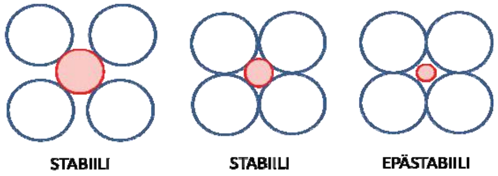
TEHTÄVÄ: Yllä on kuva kappaleesta, joka valmistetaan aihiosta, jonka muoto on suorakulmainen särmiö ja pituudet: leveys 80 mm, pituus 80 mm, korkeus 20 mm. Kappaleen pintaa työstetään kuvan mukaisesti. Sen keskelle porataan M10 kierrereikä (reiän halkaisijan suuruudeksi voi arvioida 10 mm). Sen lisäksi keskelle työstetään ympyrän muotoinen, halkaisijaltaan 28 mm oleva ympyrätasku. Laske litroissa työstöstä tuleva materiaalihukka. Laske vaiheittain ja perustele vastaustasi myös kuvin ja sanoin.

TUTKIMUSTEHTÄVÄ 14

10.3 Pyramidi

ESITIETOJA: Jokaisella aineella on sille ominainen rakenne. Osa keraameista on yhdisteitä, joissa aineet ovat sitoutuneet toisiinsa enimmäkseen ionisesti. Tällöin voidaan ajatella, että ne ovat rakentuneet atomeiden sijaan sähköisesti varautuneista ioneista: metallikationeista, jotka ovat positiivisesti varautuneita ja epämetallianioneista, jotka ovat negatiivisesti varautuneita. Tämän kaltaisen keraamin kiderakenteeseen vaikuttaa erityisesti kaksi ratkaisevaa piirrettä. Ensimmäiseksi siihen vaikuttaa yhdisteen eri aineiden kemiallisen varauksen määrä. Toisekseen kationeiden ja anioneiden kokojen suhde. Tässä tehtävässä tarkastellaan nimenomaan jälkimmäistä ominaisuutta eli ioneiden kokoa.

Ioneja, kuten atomeja mallinnetaan usein joko r säteisenä ympyränä (tasossa) tai pallona (avaruudessa). Kationit ovat positiivisesti varautuneita, sillä ne ovat luovuttaneet yhden elektronin ja siten ne ovat tavallisesti pienempiä kuin anionit. Tällöin kationin säteen r_K ja anionin säteen r_A suhde on r_K/r_A pienempi kuin yksi. Jokainen kationi pyrkii saamaan mahdollisimman monta sivuavaa anionia ympärilleen. Se, miten monta atomia kationilla on ympärillään, riippuu anionin ja kationin säteiden suhteesta. Kuva 1 havainnollistaa, mitkä rakenteet ovat stabiileja eli pysyvät tasapainossa ja mikä rakenne on epästabiili eli ei säily siinä muodossaan.



KUVA 1. Stabiili (tasapainossa olevan) ja epästabiili rakenne. Avoimet (siniset) ympyrät ovat anioneja ja täytetyt (punaiset) kationeja. Stabiileissa tilanteissa mallin anionia kuvaavat ympyrät sivuavat kationia. Keskimmäisessä anionit lisäksi sivuavat toisiaan.

TEHTÄVÄ: Kuten kuva 1 havainnollistaa, on olemassa kriittinen minimi sille kuinka pieni suhde r_K/r_A voi olla, joka on puhtaasti määritettävissä geometrisesti. Määritä, mikä on tämä säteiden suhteen minimi tilanteessa, jossa kationin ympäröi kolme anionia (tasossa)? Piirrä tilanteesta kuva.

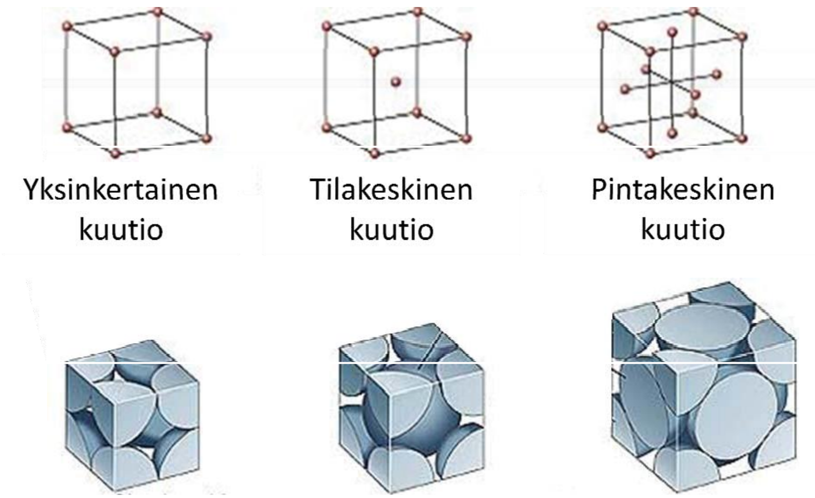
Hahmotetaan tilannetta kolmiulotteisesti. Miten pieni säteiden suhde saa olla, jos kationia ympäröi neljä atomia kuten kuvassa 2.

KUVA 2 Kationia ympäröi neljä anionia.

TUTKIMUSTEHTÄVÄ 15

11 Pallo

ESITIETOJA: Joidenkin kiteisten kiinteiden aineiden atomien sijaintia toisiinsa nähden voidaan mallintaa muun muassa kuvan 1 kaltaisilla rakenteilla. Näiden mallien avulla voidaan teoreettisesti määrittää, aineen tiheys. Tiheyttä kasvattaa atomimassan lisäksi se kuinka monta atomia on yhdessä hilassa.



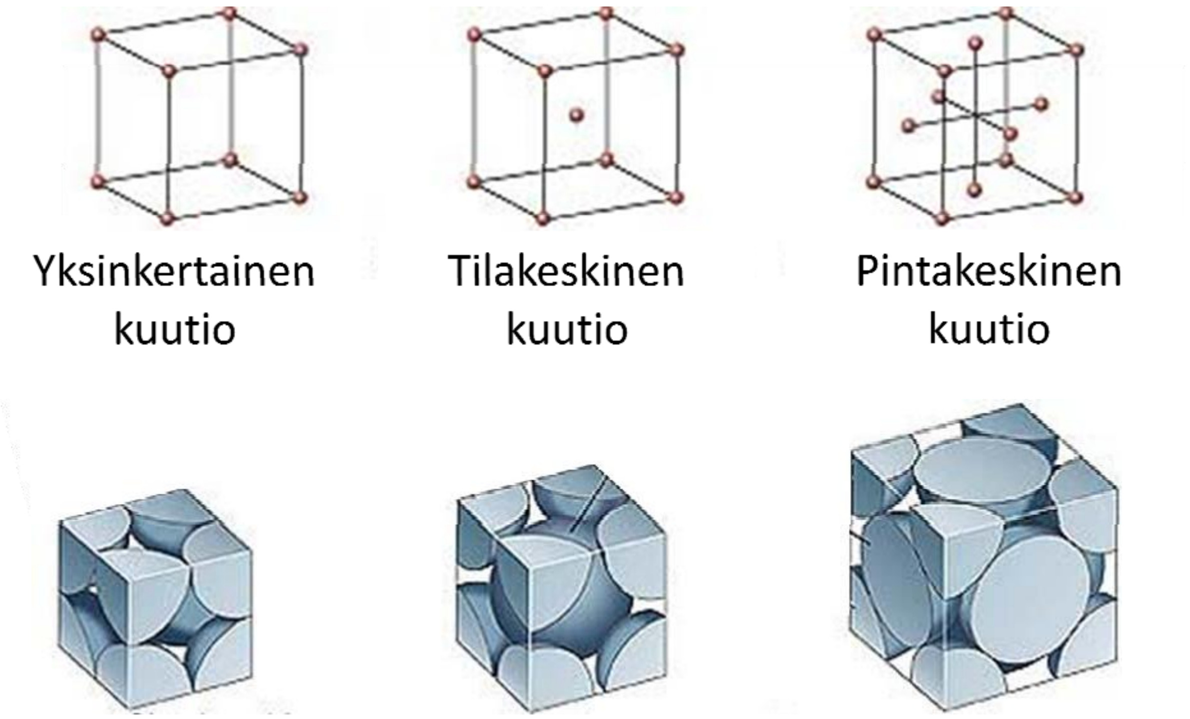
KUVA 1 Rombisen kiteen alkeiskopin eli hilan erilaisia rakenteita

TEHTÄVÄ: Tarkastellaan yllä esiteltyjä kiderakenteita. Määritä kuinka suuren prosentuaalisen osan atomit vievät tilaa eri malleissa kokonaistilavuudesta. Laske vaiheittain ja perustele vastaustasi sekä ratkaisutapaasi kuvin ja sanoin.

LIITE C: VIERAILUJEN TEHTÄVÄT

VIERAILUTEHTÄVÄ TTY

Joidenkin kiteisten kiinteiden aineiden atomien sijaintia toisiinsa nähden voidaan mallintaa muun muassa kuvan 1 kaltaisilla rakenteilla. Kuutiollisilla rakenteilla kuution särmien pituudet ovat yhtä suuret keskenään ja vierekkäisten tahkojen väliset kulmat suoria.



KUVA 1 Kuutiollisia hilarakenteita.

Tänään tutustutaan aineisiin, joiden kiderakenne on pintakeskinen kuutio. Lasketaan kuvasta mikä yhteys on atominsäteellä ja kuution särmän pituudella tässä rakenteessa.

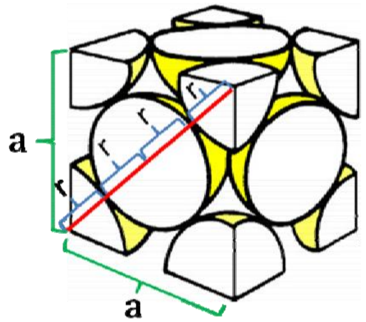
Olkoon särmän pituus a ja atomin säde r kuvasta 1 ja 2 on huomattavissa, että kuution tahkon lävistäjä on pituudeltaan 4r. Toisaalta lävistäjä on laskettavissa myös kuution särmän avulla. Miten? (kirjoita lävistäjä särmän pituuden a avulla)

____

Saadaan yhtälö

$$4\mathrm{r} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

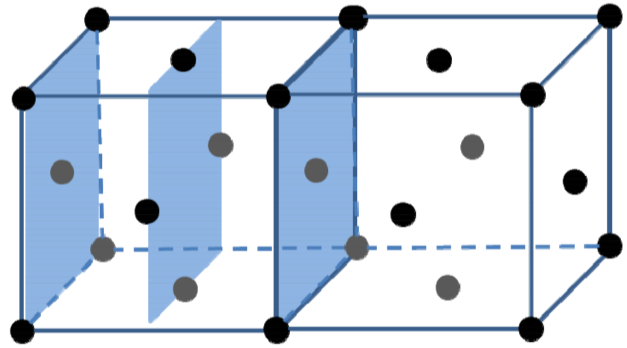
ratkaise tästä säde $\Leftrightarrow$ $\mathrm{r} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.$



KUVA 2 Pintakeskisen kuution hilarakenteen suureita.

Hilapisteet muodostavat hilatasoja, joita on useita erilaisia. Tämän päivän mittauksien vuoksi tutustutaan kolmeen eri hilatasomalliin. Atomitasojen etäisyydet ovat riippuvaisia siitä, kuinka suuri on aineen atomin koko. Atomin koko puolestaan riippuu siitä, mikä aine on kyseessä. Siten atomitasojen etäisyydet ovat erilaiset eri aineille.

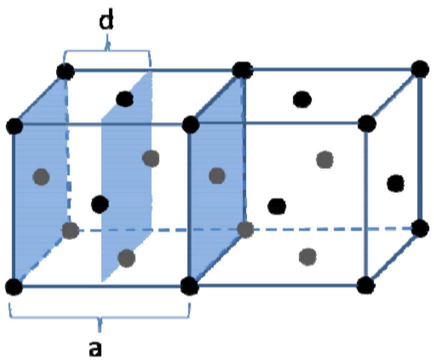
Yksinkertaisin kolmesta tänään esiteltävästä atomitaso-/hilatasomallista muodostuu kuvassa 3 kuvatulla tavalla:



KUVA 3 Hilataso (2 0 0)

Tasot ovat yhdensuuntaiset hilakuution kahden tahkon kanssa ja niiden välimatka toisistaan on puolet hilakuution särmästä:

$$a = 2d$$

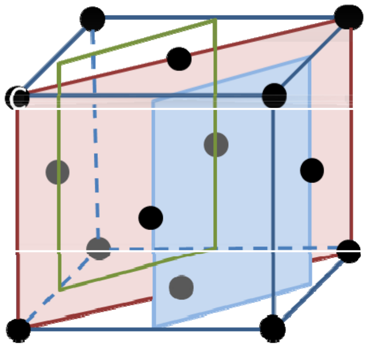


KUVA 4 Hilatasojen etäisyys

Siis jos tunnetaan d, voidaan ratkaista samalla hilakuution särmä ja myös atomisäde, joka määritettiin aiemmin hilakuution särmän avulla. Miten ratkaiset atomisäteen etäisyyden d avulla? (vinkki: sijoita ratkaistuun säteen r yhtälöön särmän pituus a)

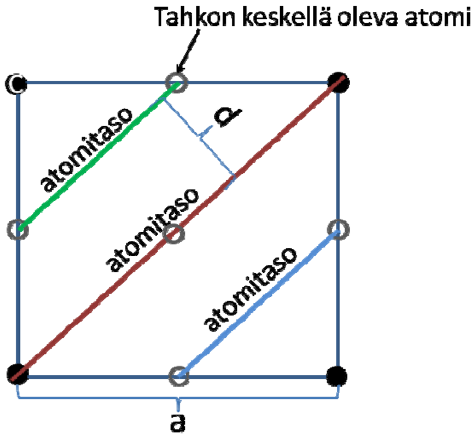
$\mathrm{r} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot a$ ____

Toinen muodostuu kuten kuvassa 4. Hilatasot leikkaavat kuution sen ylätahkon lävistäjän suuntaisesti siten, että taso on kohtisuorassa pohjaan nähden. Yhden kuution leikkaa 3 tasoa.



KUVA 5 Hilatasot (2 2 0)

Määritetään myös tästä tasojen välisen matkan ja hilakuution särmän pituuden välistä riippuvuutta. Tarkastellaan kuutiota ylhäältä katsottuna:

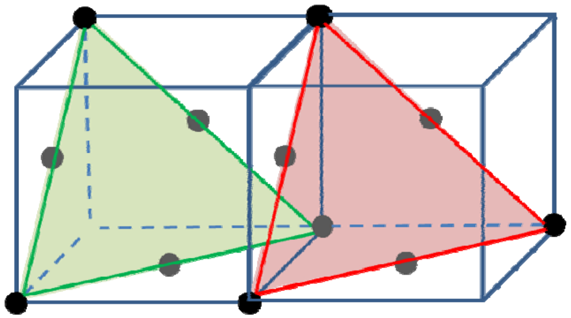


KUVA 6 Hilatasot (2 0 0) ylhäältä katsottuna

Miten ratkaiset särmän pituuden a, jos d tunnetaan?

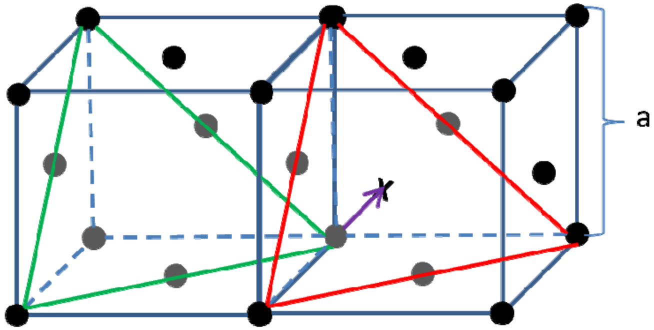
Laske edellisen tilanteen tavoin nyt mikä on tässä tilanteessa atominsäde ?

Kolmas tapa on kuten kuvassa 7 (Kuvan selkeyden vuoksi kuvaan on piirretty vain tasoilla olevat atomit.) Hilatasot leikkaavat kuution kolmen tahkon lävistäjiä pitkin.



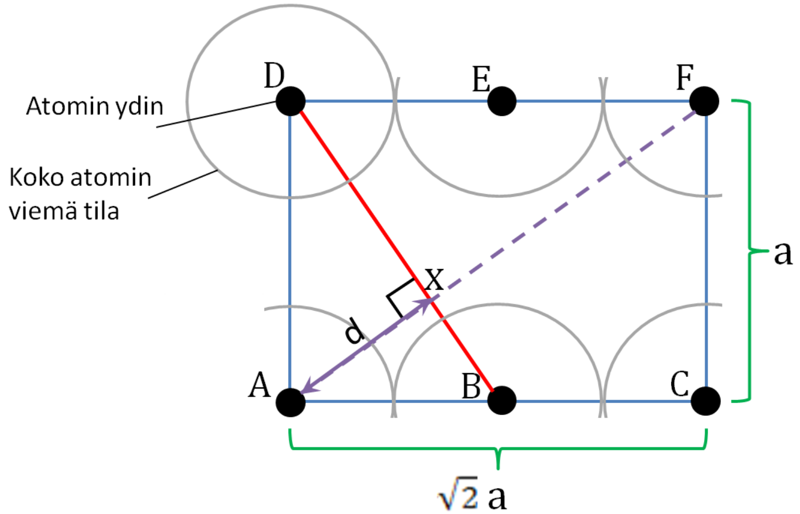
KUVA 7 Hilatasot (1 1 1)

Lyhyin etäisyys vierekkäisten hilojen leikkauspintojen välillä on esitelty kuvassa 8 violetilla nuolella.



KUVA 8 Lyhyin etäisyys on kärkiatomista toisen hilan leikkauskolmion keskivaiheille (violetti nuoli). Nuoli siis käytännössä on kohtisuorassa kolmioon nähden. (Kuvaan ei ole piirretty kaikkien tahkojen keskellä olevia atomeja hahmottamisen selkeyden vuoksi.)

Otetaan leikkauskuva (kuva 9) tilanteesta(Mistä kohtaa kidettä/kuutiota?) Kirjoita atome- ja vastaavat kirjaimet kuvaan 8:



KUVA 9 Leikkauskuva hilakuutiosta

Tasoleikkauksen pituus $\overline{\mathrm{BD}}$ saadaan Pythagoraan lauseen avulla

$$\overline{\mathrm{BD}}^2 = a^2 + \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2 = a^2 + \frac{2a^2}{4} = a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{3}{2}a^2 \quad \Vert\sqrt{}$$

$$\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{\frac{3}{2}}a$$

Kuvassa on yhdenmuotoiset kolmiot ABX ja ABD, sillä kolmioilla on kaksi yhtä suurta kulmaa: yhteinen kulma ABD (tai ABX) ja molemmissa on suorakulma. Yhdenmuotoisista kolmioista saadaan verranto:

$$\frac{\overline{\mathrm{DA}}}{\overline{\mathrm{AX}}} = \frac{\overline{\mathrm{BD}}}{\overline{\mathrm{BA}}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{a}{d} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}a}{\frac{\sqrt{2}a}{2}} \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot \frac{\sqrt{2}a}{2} = d \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}a \quad \Vert \div a$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\sqrt{2}a}{2} = d \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \quad \Big\Vert \cdot \frac{2}{\sqrt{2}}$$

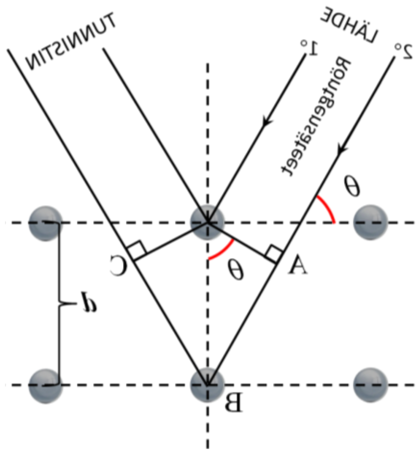
$$\Leftrightarrow \quad a = d \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot 2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{3}d$$

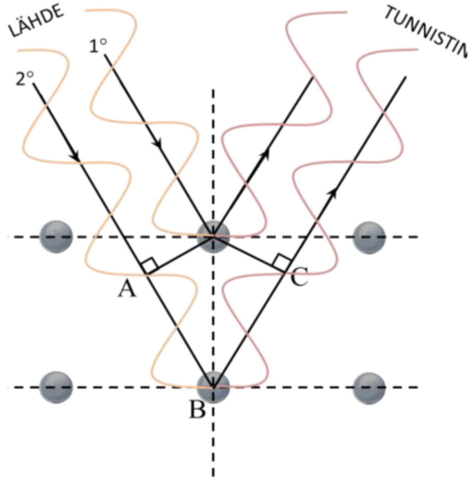
Miten ratkaiset atomisäteen etäisyyden d avulla? (vinkki: sijoita ratkaistuun säteen r yhtälöön särmän pituus a)

$r = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot a =$

____

Röntgendiffraktiolla voidaan määrittää kiteisen aineen atomitasojen välimatkaa. Kyseessä on edellä esiteltyjen atomitasojen lyhin etäisyys. Atomitasojen välimatkan laskemisessa hyödynnetään Braggin lakia (kuva 10). Tutkimustehtävässä 1 oli ratkaisuna, että kuvaan merkityt kulmat (θ) ovat yhtä suuret, mikä on ratkaistavissa täysin geometriaa hyväksi käyttäen.





KUVA 10 Braggin laki

KUVA 11 Röntgensäteet aaltoliikkeenä mallinnettuna

Röntgensäteitä, kuten valoa, voidaan kuvata jaksollisena aaltona (kuva 11). Röntgensäteilyn aallonpituus vaihtelee välillä 0,01-10 nm (yksi nanometri on 10^{-9} m). Mittauksessa käytetään säteilyä, jossa on yksi tietty aallonpituus (ns. monokromaattinen)

Kun tarkastellaan kuvaan 10 ja 11 piirrettyjä kahta röngensäteen kulkemaa matkaa, voidaan huomata, että ensimmäinen osuu atomitason atomiin ja sitten heijastuu tulokulmaa vastaavassa kulmassa takaisin. Toinen säde jatkaa matkaansa vielä janan AB pituuden verran, osuu alemman atomitason atomiin ja heijastuu tämän jälkeen takaisin ylöspäin. Toisen säteilyn kulkema 'lisämatka' (jana AB) on pituudeltaan jokin säteilyn aallonpituuden, λ, monikerta.

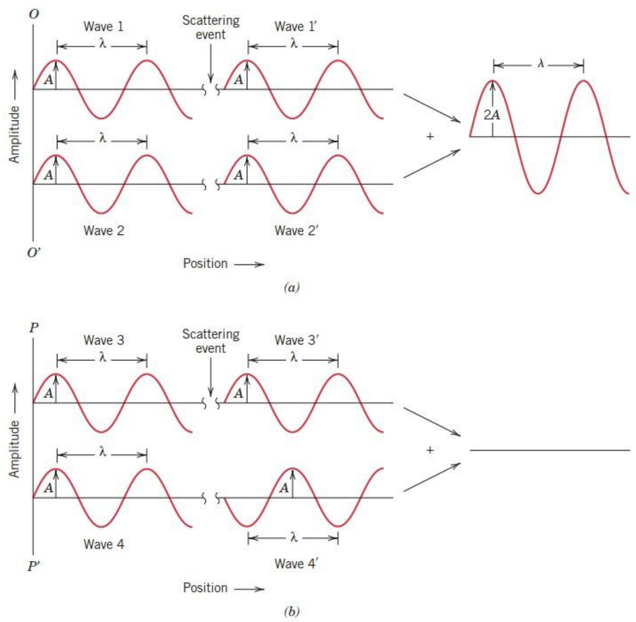
Tätä tietoa hyväksi käyttäen on mahdollista määrittää reitin ABC pituus.

Kun tunnetaan janan AB pituus ja kulma θ, on mahdollista määrittää atomitasojen välimatka d.

Ensimmäisen kertaluvun diffraktioehto on $1 \cdot \lambda = \overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BC}}$.

Kun kulma θ tunnetaan, diffraktioehto on $1 \cdot \lambda = 2d \sin\theta \Leftrightarrow d = \frac{\lambda}{2 \sin\theta}$

Vierailukohteena oleva röntgendiffraktometri antaa tuloksena kuvaajan (ns. spektrin), jossa näkyy tunnistimelle tulevan röntgensäteilyn intensiteetti. Suuri intensiteetti(piikki) vastaa tilannetta, jossa säteet 1° ja 2° ovat samassa vaiheessa, jolloin ne vahvistavat toisiaan (KUVA 12). Jokaista tällaista kulmaa vastaa siis tietty atomitasojen etäisyys. Näitä etäisyyksiä on tässä tehtävässä kolme ja siten tuloksena tulee myös kolme selvää piikkiä.



KUVA 12 Samassa vaiheessa olevat aallot vahvistavat toisiaan. Erivaiheiset aallot sammuttavat toisensa. [1]

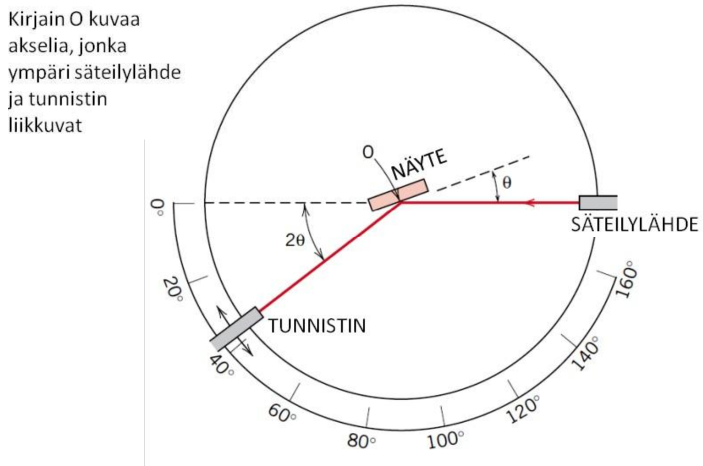
Koska atomitasojen etäisyydet ja siten mittaustulosten kulmat ovat kullekin aineelle ominaisia, voidaan niiden perusteella päätellä mistä aineesta on kyse.

Tehdään mittaukset laboratoriossa ja tutkitaan niitä sen jälkeen, jotta voidaan määrittää, mikä näyteaine on kyseessä.

AINEEN MÄÄRITTÄMINEN MITTAUKSIEN JÄLKEEN

Mittaustuloksena saadaan kuvaaja (spektri), jossa näkyy kolme selvää piikkiä. Yleensä piikkien kohdat määritetään tarkasti huomioiden muun muassa niiden sisälleen jättämä pinta-ala, mutta yksinkertaistetaan tehtävää siten, että riittää, kun katsot missä kulman kohdissa piikit ovat.

TEHTÄVÄ: Määritä silmämääräisesti vaaka-akselilta piikkien keskikodat. Tämä vastaa Braggin laissa kulmaa 2θ, mikä johtuu mittauksen suoritustavasta, joka esiteltiin aiemmin. Katso kuva 13.



KUVA 13 Röntgendiffraktometrimittauksen suoritustapa. [1, muokattu]

Kirjoita tähän määrittämäsi suureet pienimmästä suurimpaan:

$2\theta_1$ =_______________° $2\theta_2$ =_______________° $2\theta_3$ = _______________°

Lasketaan mikä on tällöin kulma 8 jakamalla edelliset kahdella:

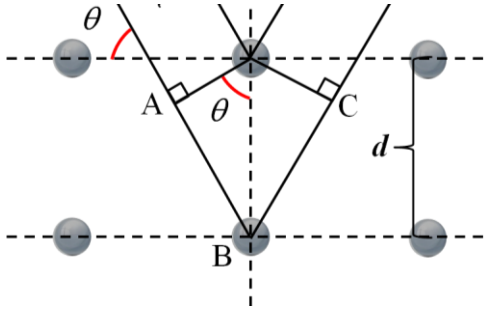
θ_1 =_______________° $_2$ =_______________° θ_3 =_______________°

Katso mikä on ollut röntgensäteen aallonpituus <u>nanometreinä</u> mittauksessa (huomaa yksikkö):

$$\lambda_{röntgensäde} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

(1 nm = 10^{-9} m 1 Å = 10^{-10} m 1Å = 0,1 nm)

Tämä röntgensäteen aallonpituuden puolikas vastaa nyt kuvan 10 janan AB pituutta:



Lasketaan mittaustulosten ja röntgensäteen aallonpituuden avulla atomitasojen välimatkat hyödyntämällä Braggin lakia:

$$d_1 = \frac{\lambda_{\text{röntgensäde}}}{2\sin\theta_1} = \frac{\qquad\qquad}{2\sin(\qquad\qquad)} \approx \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\text{nm}$$

$$d_2 = \frac{\lambda_{\text{röntgensäde}}}{2\sin\theta_2} = \frac{\qquad\qquad}{2\sin(\qquad\qquad)} \approx \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\text{nm}$$

$$d_3 = \frac{\lambda_{\text{röntgensäde}}}{2\sin\theta_3} = \frac{\qquad\qquad}{2\sin(\qquad\qquad)} \approx \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\text{nm}$$

Olemme nyt määrittäneet eri hilatasomalleista atomisäde, kun tiedetään hilatasojen lyhyin etäisyys d.

tapaus 1: $r = \frac{\sqrt{2}}{2}d$

tapaus 2: $r = d$

ja tapaus 3: $r = \frac{\sqrt{6}}{4}d$

Pystyt näistä päättelemään, mikä tapaus antaa lyhyimmän etäisyyden. Sen mukaan voit tarkastaa Saatko saaduista tuloksista saman atomisäteen arvon.

Mikä on mittaustulosten perusteella aineen atomisäteen koko?
____

Oheisessa taulukossa on listattu eri aineiden atomisäteiden kokoja. Kaikkien näiden aineiden kiderakenne on pintakeskinen kuutio:

TAULUKKO 1 Tunnettuja atomisäteiden kokoja erilaisille kiteisille aineille

AINE	ATOMISÄDE (nm)
Alumiini	0,1431
Kupari	0,1278
Lyijy	0,1750
Hopea	0,1445

Vertaa taulukon arvoja saamaasi tulokseen. Mikä aine on kyseessä?
____

Lähteet: Callister. Fundamentals of Materials Science and Engineering An Interactive e Tex t

TAMK VIERAILUTEHTÄVÄ A. SINIVIIVAIN

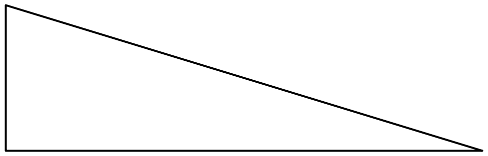
Siniviivainta käytetään kun halutaan mitata kulmia tarkasti. Se on viivain, jonka päissä on teräslieriöt. Mittauksessa toinen pää jää lepäämään tasoa vasten ja toisen pään alle kootaan tarvittava määrä mittapaloja. Tällöin viivaimen yläreuna saadaan haluttuun kulmaan tasoon nähden. Mittapalakokoonpanon tuottama kulma saadaan esimerkiksi laskemalla (trigonometriaa hyväksi käyttäen).

Pohdi miten?

Olkoon viivaimen pituus $x =$ ________________________________

mittapalakokoonpanon korkeus $h =$ ____________________________

haluttu tai mitattava kulma $\alpha =$ ______________________________



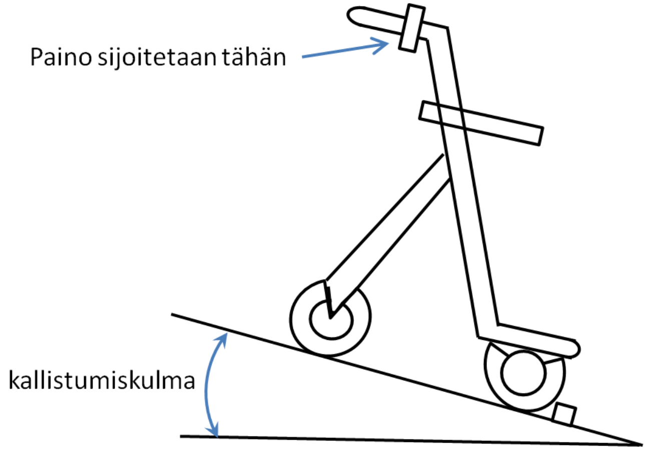
Tee annettu(ja) kulman mittaustehtäv(i)ä.

VIERAILUTEHTÄVÄ B. ROLLAATTORIN KALLISTUSKULMAN TESTAUS

Standardeja luodaan jokapäiväisen elämän helpottamiseksi. Niiden avulla voidaan lisätä turvallisuutta ja järkeistää toimintaa. Standardisoinnin ansioista tuotteet, palvelut ja menetelmät sopivat siihen käyttöön ja niihin olosuhteisiin, joihin ne on tarkoitettu. Standardien avulla voidaan varmistaa, että tuotteet ja järjestelmät sopivat toisiinsa ja toimivat yhdessä.

Tuotteiden standardeissa voidaan määritellä monia eri asioita. Tässä tehtävässä tutustutaan yhden standardin yhteen vaatimukseen, jota tuotteen on vastattava, jotta se voidaan hyväksyä markkinoille. Kyse on rollaattorin kallistuskulman suuruudesta, jossa rollaattori ei vielä kaadu eteenpäin.

Rollaattori asetetaan tasaiselle tasolle. Siihen asetetaan staattinen 250 N paino. Tasoa kallistetaan ja määritetään kulma, jossa rollaattori ns. 'kippaa'..



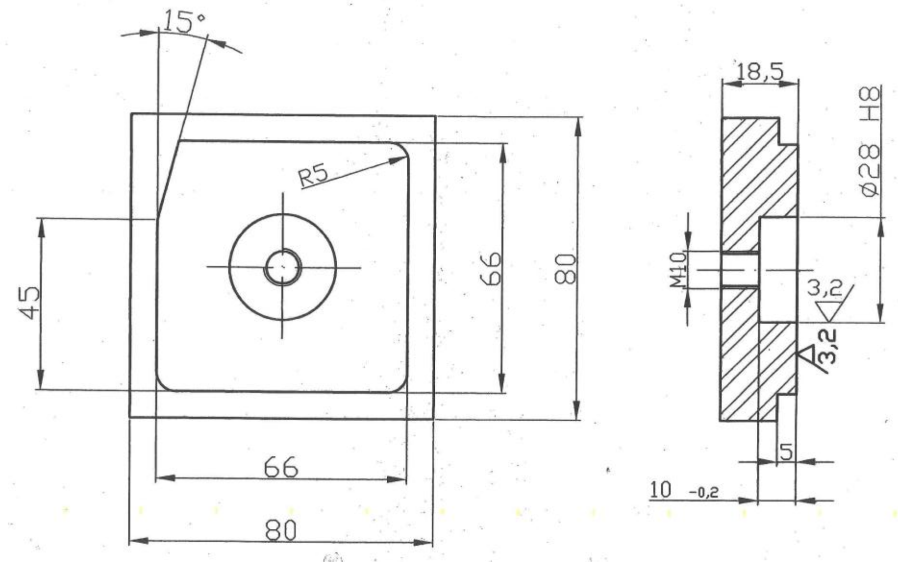
KUVA 1 Rollaattorin kallistuskulman testi.

Tehkää mittaukset ja määritykset kyseisestä rajakulmasta. Suunnitelkaa itse kuinka mittaus tapahtuu (kuka tekee mitäkin) ja miettikää etukäteen, kuinka voitte määrittää halutun kulman (tähän tarvitaan geometriaa). Mittaustulos tulisi olla standardin mukaan $\pm$ 0,5° asteen tarkkuudella. Arvioikaa kuinka monta mittausta tarvitsette päästäksenne riittävän tarkkaan tulokseen.

Mikä on kyseisen rollaattorin kallistuskulman raja-arvo mittaustulostenne perusteella?

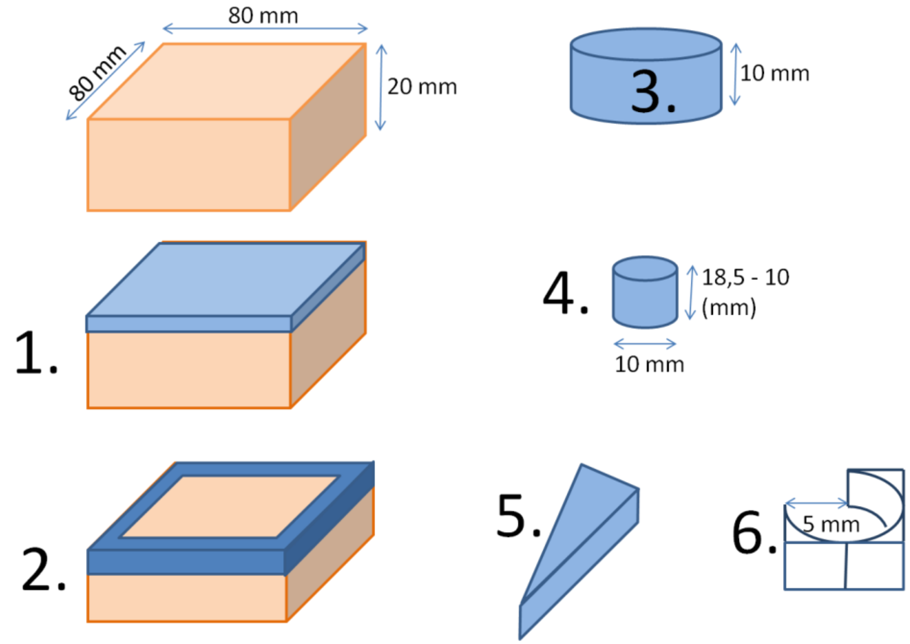
VIERAILUTEHTÄVÄ C. JYRSINKAPPALEEN HUKKAMATERIAALI

Tuotantotekniikan aihepiirissä on osattava määrittää erilaisiin kappaleisiin tarvittava materiaalin määrä tai kuinka paljon tietystä aihiosta työstetyissä kappaleissa menee materiaalia hukkaan eli kuinka paljon ainetta poistuu työstön aikana. Mitä vähemmän ainetta menee hukkaan sitä kannattavampaa usein työstö on. Tämän vuoksi joskus kovin monimutkaiset kappaleet työstetään valuista, joiden muoto on lähempänä lopullista tuotetta.



Yllä on kuva kappaleesta, joka valmistetaan aihiosta, jonka muoto on suorakulmainen särmiö ja pituudet: leveys 80 mm, pituus 80 mm, korkeus 20 mm. Kappaleen pintaa työstetään kuvan mukaisesti. Sen keskelle porataan M10 kierrereikä (reiän halkaisijan suuruudeksi voi arvioida 10 mm). Sen lisäksi keskelle työstetään ympyrän muotoinen, halkaisijaltaan 28 mm oleva ympyrätasku. Lasketaan litroissa työstöstä tuleva materiaalihukka.

Hukkamateriaali saadaan laskettua, kun lasketaan yhteen työstössä poistettujen muotojen tilavuudet. Alla on kuva alkuperäisestä aihiosta ja kuvat kaikista poistettavista muodoista.



Lasketaan kuvaan numeroidut tilavuuksien laskut.

1. Pinnan tasauksessa tulee varsin paljon hukkaa. Kappaleesta poistetaan suorakulmaisen särmiön muotoinen osa.

$$80 \cdot 80 \cdot (20 - 18{,}5) = 80 \cdot 80 \cdot 1{,}5 = 9600\ (\text{mm}^3)$$

2. Pinnan reunoilta poistetaan osa, joka voidaan laskea siten, että määrätään ulkomitoilla pinta ala ja vähennetään siitä sisämitoilla pinta-ala. Lopuksi kerrotaan korkeudella ja saadaan tilavuus

$$(80 \cdot 80 - 66 \cdot 66) \cdot 5 = 10220\ (\text{mm}^3)$$

3. Isompi ympyrälieriö (säde on 14 mm):

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 14^2 \cdot 10 = 1960 \cdot \pi\ \ (\text{mm}^3)$$

4. Pienempi ympyrälieriö (kierrereikä) (säde on 5 mm):

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot (18{,}5 - 10) = \pi \cdot 5^2 \cdot 8{,}5 = 212{,}5 \cdot \pi\ \ (\text{mm}^3)$$

5. Särmiö, jonka pohjana on suorakulmainen kolmio:

Selvitetään ensin lyhyemmän sivun pituus, x. Tämä saadaan trigonometrialla:

$$\tan 15° = \frac{x}{(66-45)} \Leftrightarrow x = 21 \cdot \tan 15°$$

Kolmion ala on siten:

$$\frac{21 \cdot 21 \cdot \tan 15°}{2}$$

ja särmiön tilavuus (kerrotaan korkeudella 5 mm):

$$\frac{21 \cdot 21 \cdot \tan 15°}{2} \cdot 5 = 1102{,}5 \cdot \tan 15° \approx 295{,}413\ (\mathrm{mm}^3)$$

6. Pyöristyksissä tuleva hukka. Kuten kuvaan on jo valmiiksi hahmotettu. Kolme palaa muodostavat ¾ ympyrän pinta-alasta ja muodon ulkoreunat muodostavat ¾ neliön pinta-alasta. Kun jälkimmäisestä vähennetään edellinen saadaan hukassa muodostuvan 'lieriön' pinta-ala ja kertomalla korkeudella saadaan tilavuus.

Ympyrän pinta-ala on:

$$\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25 \cdot \pi$$

Neliön pinta-ala on: $a^2 = 10^2 = 100$

Nyt 'hukkalieriön' tilavuus on pohjan ala kertaa korkeus (5 mm)

$$(100 - 25 \cdot \pi) \cdot \frac{3}{4} \cdot 5 \approx 80{,}476\ (\mathrm{mm}^3)$$

LOPUKSI:

Mikä on hukkamateriaalin kokonaistilavuus?

Vastaus:

Tehtävä laboratoriossa laskennallisen tilavuuden määrittämisen jälkeen:

Punnitse vaa'alla aihio, josta kappale valmistetaan ja merkitse mittaustulos tähän:

Aihion massa enne työstöä:____

Materiaalin tiheys on laskettavissa massan ja tilavuuden avulla seuraavasti: $\mathrm{tiheys} = \frac{\mathrm{massa}}{\mathrm{tilavuus}}$.

Laske materiaalin tiheys :

Punnitse valmis kappale työstön jälkeen ja merkitse punnitustulos tähän:

Valmiin kappaleen massa: ____

Määritä materiaalihukan massa:

Hyödynnä aiemmin laskemaasi materiaalin tiheyttä ja määritä hukkamateriaalin tilavuus:

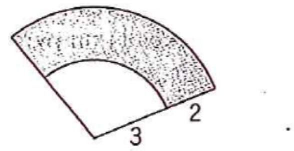
Kuinka lähellä teoreettinen (laskettu) ja kokeellinen (punnittu) tulos ovat toisiaan? Mistä mahdolliset erot johtuvat?

LIITE D: KURSSIKOE

MAA3 Vastaa kuuteen tehtävään!

1. Lieriön pohjan ala on 8,0 cm² ja sivujanan pituus 5,0 cm. Sivujana muodostaa 70° kulman pohjan kanssa. Laske lieriön tilavuus.

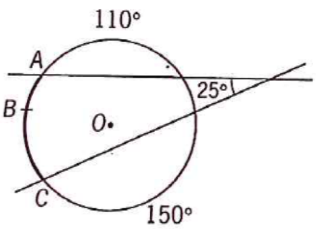
2. Varjostetun alueen ala on 9. Laske sen piiri.



3. Kolmion kaksi sivua ovat pituudeltaan 8 ja 7. Jälkimmäisen sivun vastainen kulma on 60°. Laske kolmion kolmannen sivun pituus.

4. Tasakylkisen kolmion kanta on 12 ja kylki 10. Laske kylkeä vastaan piirretyn korkeusjanan pituus.

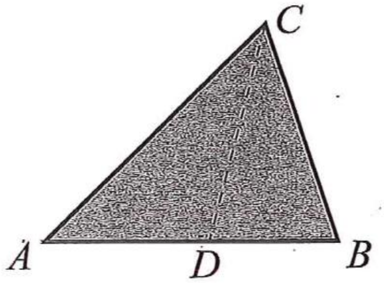
5. Laske kaaren *ABC* asteluku.



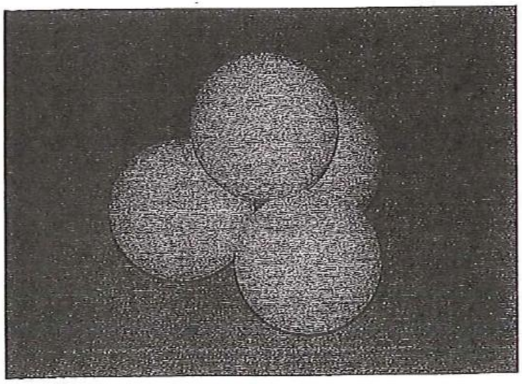
6. Lampunvarjostin on katkaistun suoran ympyräkartion muotoinen. Laske varjostimen vaipan ala, kun pohjien halkaisijat ovat 6,0 cm ja 30 cm ja sivujana on 40 cm.

KÄÄNNÄ!

7. Kolmion ABC kulman C puolittaja leikkaa sivun AB pisteessä D. Pisteiden välisille etäisyyksille on voimassa $CD=6$, $AD=4$ ja $DB=3$. Määritä kolmion sivujen AC ja BC pituuksien tarkat arvot.



8. Pöydällä on kolme samankokoista palloa, joista kukin koskettaa kahta muuta. Niiden päälle asetetaan neljäs samanlainen pallo, joka koskettaa kaikkia kolmea alkuperäistä palloa. Mikä on rakennelman korkeus? Anna vastauksena tarkka arvo pallojen säteen avulla lausuttuna.



Kuva: Pekka Alestalo 2012

LIITE E: KYSELYIDEN TULOKSIA TAULUKOITUINA

Taulukko 1E. *Geometrian kurssin alkukyselyn väittämien 1–31 frekvenssijakaumat (suluissa %-osuus), keskiarvot (ka) ja –hajonnat (kh). Lomakkeen merkinnät ovat koodattu seuraavasti "täysin eri mieltä"=1, "jokseenkin eri mieltä"=2, "en osaa sanoa"=3, "jokseenkin samaa mieltä"=4 ja "täysin samaa mieltä"=5. Merkintä * väitteen perässä tarkoittaa, että yli puolet vastanneista on joko hyväksynyt tai hylännyt väitteen.*

Väite	N	1	2	3	4	5	ka	kh
V1*	14	0(0,0%)	1(7,1%)	3(21,4%)	9(64,3%)	1(7,1%)	3,7	0,7
V2*	14	1(7,1%)	0(0,0%)	1(7,1%)	7(50,0%)	5(35,7%)	4,1	1,1
V3	14	2(14,3%)	2(14,3%)	3(21,4%)	3(21,4%)	4(28,6%)	3,4	1,4
V4*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	2(14,3%)	8(57,1%)	4(28,6%)	4,1	0,7
V5	14	4(28,6%)	2(14,3%)	6(42,9%)	1(7,1%)	1(7,1%)	2,5	1,2
V6*	14	1(7,1%)	0(0,0%)	2(14,3%)	6(42,9%)	5(35,7%)	4,0	1,1
V7*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	2(14,3%)	7(50,0%)	5(35,7%)	4,2	0,7
V8*	14	3(21,4%)	7(50,0%)	1(7,1%)	2(14,3%)	1(7,1%)	2,4	1,2
V9*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	2(14,3%)	4(28,6%)	8(57,1%)	4,4	0,8
V10*	14	0(0,0%)	4(28,6%)	0(0,0%)	5(35,7%)	5(35,7%)	3,8	1,3
V11*	13	0(0,0%)	0(0,0%)	0(0,0%)	4(30,8%)	9(69,2%)	4,7	0,5
V12*	14	0(0,0%)	1(7,1%)	3(21,4%)	5(35,7%)	5(35,7%)	4,0	1,0
V13*	13	1(7,7%)	7(53,8%)	3(23,1%)	2(15,4%)	0(0,0%)	2,5	0,9
V14*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	4(28,6%)	3(21,4%)	7(50,0%)	4,2	0,9
V15*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	3(21,4%)	4(28,6%)	7(50,0%)	4,3	0,8
V16*	14	11(78,6%)	2(14,3%)	1(7,1%)	0(0,0%)	0(0,0%)	1,3	0,6
V17*	14	3(21,4%)	7(50,0%)	4(28,6%)	0(0,0%)	0(0,0%)	2,1	0,7
V18	14	2(14,3%)	0(0,0%)	6(42,9%)	5(35,7%)	1(7,1%)	3,2	1,1
V19*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	1(7,1%)	8(57,1%)	5(35,7%)	4,3	0,6
V20	14	0(0,0%)	0(0,0%)	9(64,3%)	4(28,6%)	1(7,1%)	3,4	0,6
V21	14	2(14,3%)	5(35,7%)	5(35,7%)	2(14,3%)	0(0,0%)	2,5	0,9
V22	14	2(14,3%)	2(14,3%)	7(50,0%)	3(21,4%)	0(0,0%)	2,8	1,0
V23*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	5(35,7%)	4(28,6%)	5(35,7%)	4,0	0,9
V24*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	1(7,1%)	7(50,0%)	6(42,9%)	4,4	0,6
V25*	13	0(0,0%)	0(0,0%)	2(15,4%)	2(15,4%)	9(69,2%)	4,5	0,8
V26*	14	0(0,0%)	1(7,1%)	3(21,4%)	5(35,7%)	5(35,7%)	4,0	1,0
V27	14	5(35,7%)	1(7,1%)	7(50,0%)	1(7,1%)	0(0,0%)	2,3	1,1
V28*	14	0(0,0%)	1(7,1%)	4(28,6%)	7(50,0%)	2(14,3%)	3,7	0,8
V29*	14	4(28,6%)	4(28,6%)	5(35,7%)	1(7,1%)	0(0,0%)	2,2	1,0
V30	14	0(0,0%)	0(0,0%)	7(50,0%)	7(50,0%)	0(0,0%)	3,5	0,5
V31*	14	6(42,9%)	6(42,9%)	2(14,3%)	0(0,0%)	0(0,0%)	1,7	0,7

Taulukko 2E. *Geometrian kurssin loppukyselyn väittämien 1–31 frekvenssijakaumat (suluissa %-osuus), keskiarvot (ka) ja –hajonnat (kh). Lomakkeen merkinnät ovat koodattu seuraavasti ”täysin eri mieltä”=1, ”jokseenkin eri mieltä”=2, ”en osaa sanoa”=3, ”jokseenkin samaa mieltä”=4 ja ”täysin samaa mieltä”=5. Merkintä * väitteen perässä tarkoittaa, että yli puolet vastanneista on joko hyväksynyt tai hylännyt väitteen.*

Väite	N	1	2	3	4	5	ka	kh
V1*	14	0(0,0%)	1(7,1%)	1(7,1%)	7(50,0%)	5(35,7%)	4,1	0,9
V2*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	2(14,3%)	2(14,3%)	10(71,4%)	4,6	0,8
V3*	14	5(35,7%)	4(28,6%)	4(28,6%)	1(7,1%)	0(0,0%)	2,1	1,0
V4	14	0(0,0%)	1(7,1%)	9(64,3%)	4(28,6%)	0(0,0%)	3,2	0,6
V5*	14	1(7,1%)	0(0,0%)	2(14,3%)	5(35,7%)	6(42,9%)	4,1	1,1
V6*	14	0(0,0%)	1(7,14%)	5(35,7%)	7(50,0%)	1(7,1%)	3,6	0,8
V7*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	3(21,4%)	8(57,1%)	3(21,4%)	4,0	0,7
V8*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	1(7,1%)	7(50,0%)	6(42,9%)	4,4	0,6
V9*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	1(7,1%)	5(35,7%)	8(57,1%)	4,5	0,7
V10*	14	1(7,1%)	0(0,0%)	3(21,4%)	6(42,9%)	4(28,6%)	3,9	1,1
V11	14	4(28,6%)	3(21,4%)	4(28,6%)	1(7,1%)	2(14,3%)	2,6	1,4
V12*	14	1(7,1%)	1(7,1%)	1(7,1%)	5(35,7%)	6(42,9%)	4,0	1,2
V13	14	3(21,4%)	4(28,6%)	5(35,7%)	1(7,1%)	1(7,1%)	2,5	1,2
V14*	14	1(7,1%)	0(0,0%)	2(14,3%)	6(42,9%)	5(35,7%)	4,0	1,1
V15*	14	4(28,6%)	4(28,6%)	2(14,3%)	1(7,1%)	3(21,4%)	2,6	1,5
V16	14	3(21,4%)	4(28,6%)	0(0,0%)	5(35,7%)	2(14,3%)	2,9	1,5
V17	14	2(14,3%)	2(14,3%)	5(35,7%)	1(7,1%)	4(28,6%)	3,2	1,4
V18*	14	0(0,0%)	1(7,1%)	4(28,6%)	5(35,7%)	4(28,6%)	3,9	0,9
V19*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	0(0,0%)	7(50,0%)	7(50,0%)	4,5	0,5
V20	14	1(7,1%)	4(28,6%)	4(28,6%)	2(14,3%)	3(21,4%)	3,1	1,3
V21*	14	0(0,0%)	0(0,0%)	3(21,4%)	10(71,4%)	1(7,1%)	3,9	0,5
V22	14	0(0,0%)	5(35,7%)	4(28,6%)	2(14,3%)	3(21,4%)	3,2	1,2
V23*	14	0(0,0%)	1(7,1%)	5(35,7%)	6(42,9%)	2(14,3%)	3,6	0,8
V24*	14	3(21,4%)	1(7,14%)	2(14,3%)	6(42,9%)	2(14,3%)	3,2	1,4
V25*	14	1(7,1%)	0(0,0%)	2(14,3%)	4(28,6%)	7(50,0%)	4,1	1,2
V26	14	2(14,3%)	4(28,6%)	1(7,1%)	5(35,7%)	2(14,3%)	3,1	1,4
V27*	14	7(50,0%)	1(7,1%)	0(0,0%)	3(21,4%)	3(21,4%)	2,6	1,8
V28*	14	1(7,1%)	0(0,0%)	5(35,7%)	5(35,7%)	3(21,4%)	3,6	1,1
V29*	8	0(0,0%)	0(0,0%)	1(12,5%)	2(25,0%)	5(62,5%)	4,5	0,8
V30*	8	0(0,0%)	0(0,0%)	3(37,5%)	1(12,5%)	4(50,0%)	4,1	1
V31*	8	6(75,0%)	1(12,5%)	1(12,5%)	0(0,0%)	0(0,0%)	1,4	0,7

Taulukko 3E. *Geometrian kurssin alkukyselyssä ja loppukyselyssä käytettyjen samojen väittämien hylkääjien, hyväksyjien sekä ”en osaa sanoa”prosentuaaliset osuudet vastaajista, keskiarvot(ka), -hajonnat (kh) sekä keskiarvojen ero (itseisarvona) alku-ja loppukyselyvastauksissa.*

Väite alku- /loppu- kyselyssä	hylkääjien osuus (%)	ei osaa sanoa osuus (%)	hyväksyjien osuus (%)	ka	kh	eron suuruus keskiarvoissa
V14/V1	0 / 7,1	28,6 / 7,1	71,4 / 85,7	4,2 / 4,1	0,9	0,1
V15/V2	0 / 0	21,4 / 14,3	78,6 / 85,7	4,3 / 4,6	0,8	0,3
V17/V3	71,4 / 64,3	28,6 / 28,6	0 / 7,1	2,1 / 2,1	1,0	0
V18/V4	14,3 / 7,1	42,9 / 64,3	42,9 / 28,6	3,2 / 3,2	0,6	0
V19/V5	0 / 7,1	7,1 / 14,3	92,9 / 78,6	4,3 / 4,1	1,1	0,2
V22/V6	28,6 / 7,1	50 / 35,7	21,4 / 57,1	2,8 / 3,6	0,8	0,8
V23/V7	0 / 0	35,7 / 21,4	64,3 / 78,6	4,0 / 4,0	0,7	0
V24/V8	0 / 0	7,1 / 7,1	92,9 / 92,9	4,4 / 4,4	0,6	0
V25/V9	0 / 0	15,4 / 7,1	84,6 / 92,9	4,5 / 4,5	0,7	0
V26/V10	7,1 / 7,1	21,4 / 21,4	71,4 / 71,4	4,0 / 3,9	1,1	0,1

Taulukko 4E. *TTY:n vierailun palautekyselyn tulokset. Lomakkeen merkinnät ylemmässä on koodattu taulukon 6 mukaan ja jälkimmäinen osio seuraavasti: ”täysin eri mieltä”=1, ”jokseenkin eri mieltä”=2, ”en osaa sanoa”=3, ”jokseenkin samaa mieltä”=4 ja ”täysin samaa mieltä”=5.*

Kysymys	**-1**	**0**	**0,5**	**1**		**ka**	**kh**
K1	0(0,0%)	3(27,3%)	4(36,4%)	4(36,4%)		0,5	0,4
K2	2(18,2%)	8(72,7%)	-	1(9,1%)		-0,1	0,5
väite	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	-	-
V3	0(0,0%)	0(0,0%)	0(0,0%)	6(54,5%)	5(45,5%)	4,5	0,5
V4	4(36,4%)	5(45,5%)	1(9,1%)	1(9,1%)	0(0,0%)	1,9	0,9
V5	0(0,0%)	0(0,0%)	2(18,2%)	4(36,4%)	5(45,5%)	4,3	0,8
V6	0(0,0%)	0(0,0%)	4(36,4%)	5(45,5%)	2(18,2%)	3,8	0,8
V7	0(0,0%)	1(9,1%)	1(9,1%)	4(36,4%)	5(45,5%)	4,2	1,0

Taulukko 5E. *TTY:n vierailun palautekyselyn tulokset eri tehtävistä ja koko vierailusta. Lomakkeen merkinnät ylemmässä on koodattu taulukon 6 mukaan ja jälkimmäinen osio seuraavasti: ”täysin eri mieltä”=1, ”jokseenkin eri mieltä”=2, ”en osaa sanoa”=3, ”jokseenkin samaa mieltä”=4 ja ”täysin samaa mieltä”=5.*

Kysymykset ja väitteet koskien vierailutehtävää A							
kysymys	**-1**	**0**	**0,5**	**1**		**ka**	**kh**
K1	0(0,0%)	0(0,0%)	3(100%)	0(0,0%)		0,5	0
K2	2(66,7%)	1(33,3%)	-	0(0,0%)		-0,7	0,6
väite	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**		
V3	0(0,0%)	0(0,0%)	0(0,0%)	0(0,0%)	3(100%)	5	0
V4	3(100%)	0(0,0%)	0(0,0%)	0(0,0%)	0(0,0%)	1	0
V5	0(0,0%)	0(0,0%)	0(0,0%)	2(66,7%)	1(33,3%)	4,3	0,6
Kysymykset ja väitteet koskien vierailutehtävää B							
kysymys	**-1**	**0**	**0,5**	**1**		**ka**	**kh**
K1	0(0,0%)	0(0,0%)	2(66,7%)	1(33,3%)		0,7	0,3
K2	1(33,3%)	2(66,7%)	-	0(0,0%)		-0,3	0,6
väite	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**		
V3	0(0,0%)	0(0,0%)	0(0,0%)	2(66,7%)	1(33,3%)	4,3	0,6
V4	2(66,7%)	1(33,3%)	0(0,0%)	0(0,0%)	0(0,0%)	1,3	0,6
V5	0(0,0%)	0(0,0%)	0(0,0%)	2(66,7%)	1(33,3%)	4,3	0,6
Väitteet koskien koko vierailua							
V6	0(0,0%)	0(0,0%)	1(33,3%)	2(66,7%)	0(0,0%)	3,7	0,6
V7	0(0,0%)	0(0,0%)	3(100%)	0(0,0%)	0(0,0%)	3	0

LIITE F: OPETTAJAN HAASTATTELUN RUNKO

Haastattelukysymyksiä:

Mikä erilaisessa kurssitoteutuksessa onnistui?

Mitä kehitettävää olisi jatkoa silmällä pitäen?

Aiheutuiko projektista liikaa ylimääräistä työtä tai vaivaa sinulle?

Mitä mieltä olet yhteistyöstä kanssani? Oliko informaation vaihto riittävää?

Mitä mieltä olet tehtävistä? haastavuus, monipuolisuus, määrä, esittely

Havainnollistivatko tehtävät sitä, mihin matematiikan osaamista hyödynnetään teknologian alalla?

Miten hyvin Moodle oppimisympäristö soveltui tiedon välitykseen?

Miten koet kokeilun menneen opiskelijoiden osalta?

Mitä hyötyä/haittaa opiskelijoille kurssitoteutuksesta oli?

Mitä uutta opit kurssin aikana?

Mitä voisit hyödyntää jatkossa tästä toteutuksesta?

Mikä vierailuissa onnistui/parannettavaa?

Minkälaisen vierailun näkisit sopivaksi /mahdolliseksi järjestää jatkossa? (Veisitkö esimerkiksi ensi vuonna opiskelijaryhmän TTY:lle vastaavalla kurssilla?)